



dott. ing. Stefano Malavasi

Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento (DIIAR)

Politecnico di Milano, Piazza Leonardo da Vinci, 32, 20133 Milano- Italy

PROPRIETÀ DEI FLUIDI

Note del Corso di Meccanica dei Fluidi

Diploma Universitario in Ingegneria Meccanica - Facoltà di Milano Bovisa

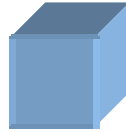
A.A. 1999 / 2000

Proprietà dei fluidi

- ⇒ I fluidi come sistemi continui
- ⇒ Sforzi nei sistemi continui
- ⇒ Densità
- ⇒ Peso specifico
- ⇒ Comprimibilità
- ⇒ Viscosità
- ⇒ Tensione superficiale

Proprietà dei fluidi

I fluidi come sistemi continui :

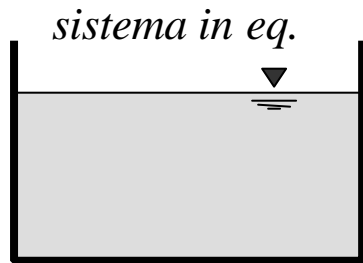


elemento infinitesimo

Sforzi nei sistemi continui : *nello studio dei sistemi continui si possono distinguere due tipi di forze*

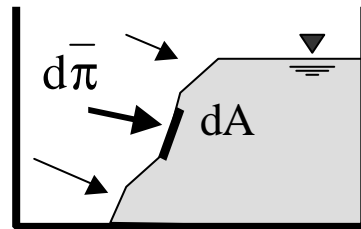
⇒ forze di massa F_m (*tipicamente la forza di gravità*)

⇒ forze di superficie F_s (*le forze che vengono esercitate su una qualsiasi parte del sistema attraverso la sua superficie di contorno*)



Un sistema continuo è in equilibrio quando

$$\sum \bar{F}_m + \sum \bar{F}_s = 0$$



Per mantenere il sistema in eq. bisogna trasmettere alla superficie di separazione un complesso di forze tale per cui l'equilibrio sia ancora verificato.

per ogni areola di superficie dA agisce una forza $d\bar{\pi}$

sforzo unitario

$$\lim_{dA \rightarrow 0} \frac{d\bar{p}}{dA} = \bar{\Phi}_n$$

sforzo unitario: $\overline{\Phi}_n \rightarrow \left(\frac{F}{L^2} \right) \rightarrow \left[\frac{N}{m^2} \right]$

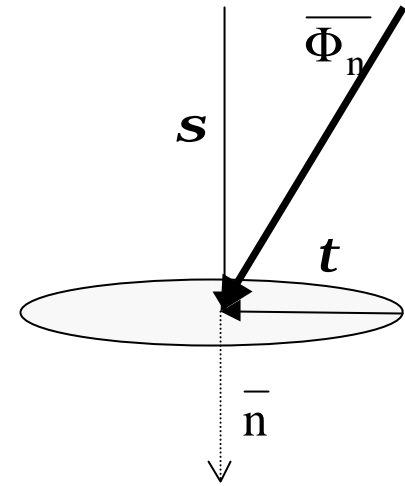
spinta elementare su dA : $d\overline{p} = \overline{\Phi}_n \cdot dA$ con $d\overline{\pi} \rightarrow (F) \rightarrow [N]$

Sull'intera superficie di separazione

per l'equilibrio dovrà agire una forza pari a : $\overline{p} = \int_A \overline{\Phi}_n \cdot dA$

$\overline{\Phi}_n$ è, in generale, comunque orientato rispetto a dA
 e dipende :
 • dal punto di applicazione
 • dalla giacitura di dA

il pedice \mathbf{n} indica il versore della normale alla superficie dA



\mathbf{s} ® componente normale
 \mathbf{t} ® componente tangenziale

In generale per i fluidi si devono distinguere 2 situazioni

fluidi in quiete

$$t = 0$$

$$s = f(z)$$

fluidi in moto

$$t = f(x, y, z, t)$$

$$s = f(x, y, z, t)$$

*Nota: in generale la componente normale può essere di compressione o di trazione.
 La maggior parte dei fluidi in condizioni usuali non sopporta sforzi normali di trazione,
 di norma in meccanica dei fluidi si fa sempre riferimento a sforzi normali di compressione.*

Densità : è la misura della massa contenuta nell'unità di volume

$$\mathbf{r} \left(\frac{M}{L^3} \right) \rightarrow [Kg / m^3]$$

Peso specifico : è il peso dell'unità di volume

$$\mathbf{g} \left(\frac{F}{L^3} \right) \rightarrow [N / m^3]$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{g}$$

La densità e di conseguenza il peso specifico sono funzioni della pressione e della temperatura.

$$\text{Eq. di stato di un fluido: } \mathbf{r} = \mathbf{r}(p, \mathbf{q})$$

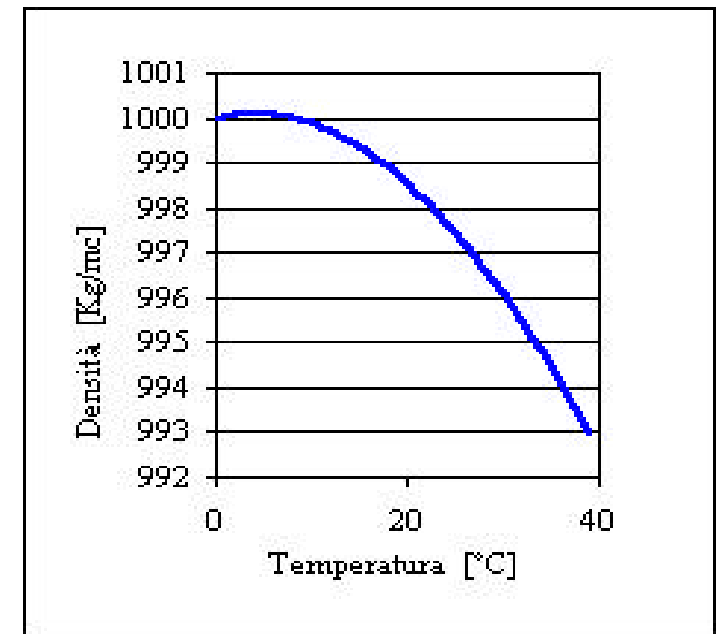
$$\text{per i liquidi solitamente } \mathbf{P} \quad \mathbf{r} \cong \mathbf{r}(\mathbf{q}) \quad \mathbf{r} \downarrow \mathbf{q} \uparrow$$

$$\text{per l'acqua } \mathbf{P} \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \cdot \left(1 + a \cdot \mathbf{q} - b \cdot \mathbf{q}^2 + c \cdot \mathbf{q}^3 \right)$$

$$0^\circ < \mathbf{q} < 40^\circ \quad \text{dove :}$$

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} \cdot (\mathbf{q} = 0^\circ C) \cong 1000 [kg / m^3]$$

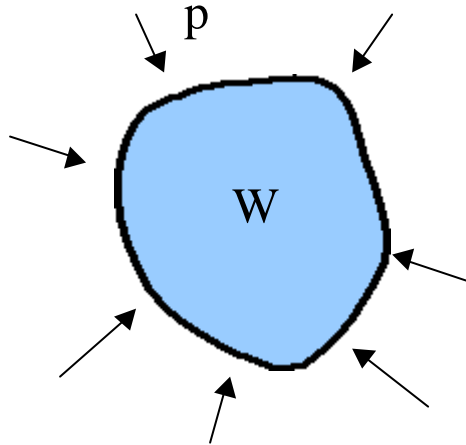
$$\mathbf{g}_0 \cong 9806 [N / m^3]$$



Comprimibilità : è la proprietà di un fluido di modificare il proprio volume (e quindi la propria densità) al variare della pressione alla quale esso è assoggettato

Liquido

Liquido \neq Gas



$$W = f(p) \longrightarrow r = r(p) \quad \text{HP: processo Isoterma } \theta = \text{Cost.}$$

dall'esperienza : $dW = -W \cdot \frac{dp}{e}$

Per la conservazione della massa:

$$r \cdot W = \text{cost}$$

$$r \cdot dW + W \cdot dr = 0 \implies \frac{dW}{W} = -\frac{dr}{r}$$



$$\frac{dr}{r} = \frac{dp}{e} \quad (*)$$

per molti problemi pratici $r = \text{cost.}$

e modulo di elasticità
a compressione cubica [N/m²]
 $e_{\text{acqua}} (\theta=10^\circ\text{C}) = 2.03 \text{ E}+9$

Nota:

se $r \neq \text{cost.} \implies$ integrando la (*), sviluppando in serie e trascurando i termini di ordine superiore al 1° si ottiene

$$r = r_0 \cdot e^{\frac{p-p_0}{e}} \cong r_0 \cdot \left(1 + \frac{p-p_0}{e} \right)$$

Eq. di stato dei gas perfetti: $\frac{p}{g} = R \cdot T$ con $p[N/m^2]$ e $T [^\circ K]$ pressione e temperatura assolute e R è la costante dei gas perfetti

Determiniamo solo il valore del coefficiente di elasticità a compressione cubica per una trasformazione isoterma o più generale per una politropica (utili per il dimensionamento delle casse d'aria)

Politropica $\frac{p}{g^n} = \frac{p_0}{g_0^n} = \text{cost}$ (gas monoatomici) **n = 1** Trasf. Isoterma
n = 1.67 Trasf. adiabatica

differenziando : $- p \cdot n \cdot g^{-(n+1)} \cdot dg + g^{-n} \cdot dp = 0$

$- p \cdot n \cdot g^{-1} \cdot dg + dp = 0$

e ricordando $\frac{dr}{r} = \frac{dp}{e} \rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{dp}{n \cdot p} = \frac{dp}{e}$ da cui

Isoterma $n = 1.0 \Rightarrow e = p$

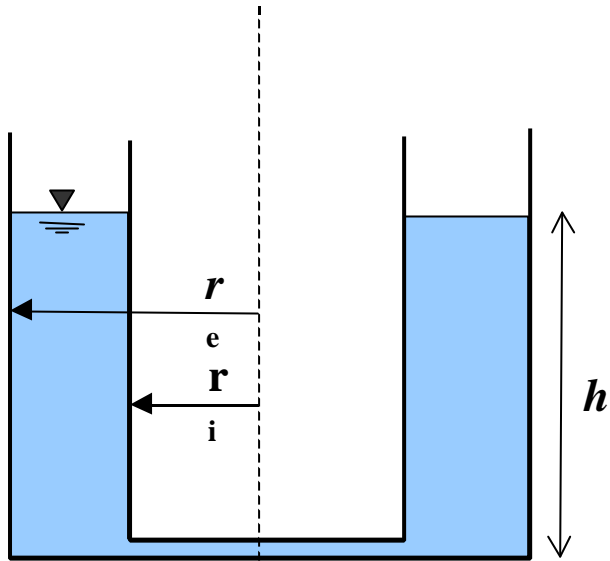
adiabatica $n \leq 1.67 \Rightarrow e = n \cdot p$

Alla pressione atmosferica $p_{rel} = 0 \Rightarrow e \approx 9.806 \text{ E}+4 \approx 1 \text{ E}+5 [N/m^2]$

Malgrado i gas siano per definizione molto comprimibili il loro moto può essere studiato con l'ipotesi di $r = \text{cost.}$ tutte le volte che non si ha una forte variazione di pressione e quindi di densità.

Viscosità : è la caratteristica fisica che si manifesta quando il fluido è in moto

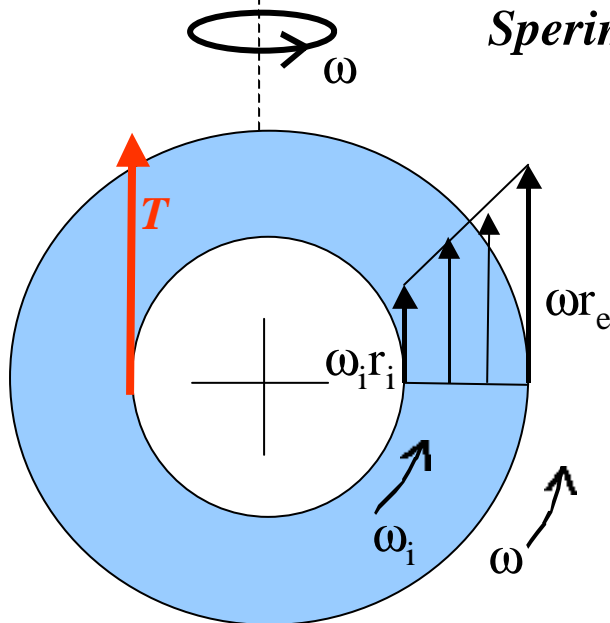
Esperienza dei cilindri coassiali



- ✓ se si mette in rotazione il cilindro esterno ω dopo poco ruota anche quello interno ω_i **μ** gli sforzi tangenziali
- ✓ se si vuole mantenere fermo il cilindro interno occorre applicare una coppia resistente (es. una forza tangenziale T)
- ✓ all'interfaccia solido-liquido $DV=0$
- ✓ se $(r_e - r_i)$ è piccolo μ si può supporre che V vari quasi linearmente

Sperimentalmente si è dimostrato che:

$$T = \mu \cdot A \cdot \frac{\Delta u}{\Delta r}$$



dove : $A = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot h$ - superficie di contatto solido liquido

$\Delta u = \omega \cdot r_e - \omega_i \cdot r_i$ - diff. di velocità alle pareti

$\Delta r = r_e - r_i$

μ è un coeff. di proporzionalità [$N \cdot s / m^2$] **μ** Def. **μ** Viscosità

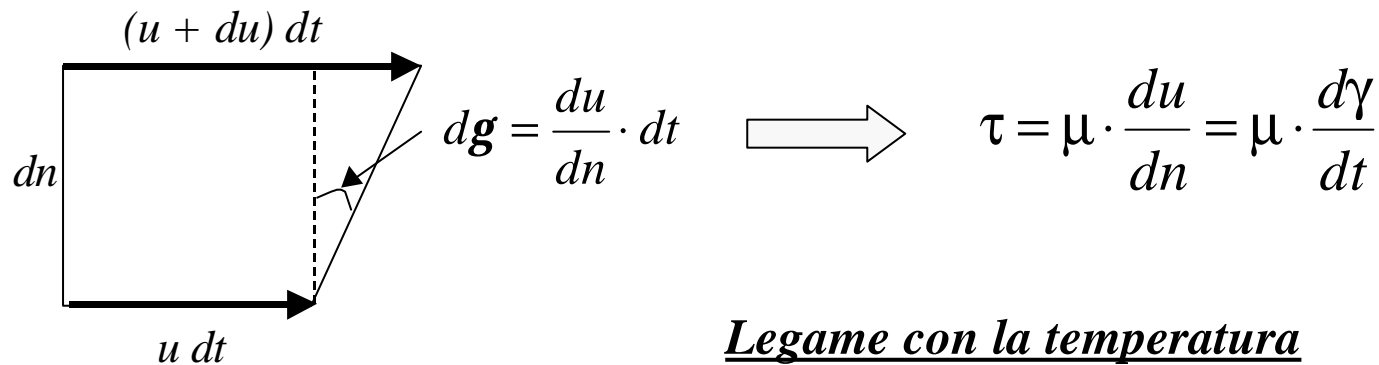
T è la forza tangenziale necessaria a mantenere fermo ($\omega_i = 0$) oppure in rotazione a velocità angolare costante ($\omega_i = \text{cost}$) il cilindro interno

sforzo tangenziale $t = \frac{T}{A} = m \cdot \frac{\Delta u}{\Delta r}$ per $Dr \rightarrow 0$ passando a dimensioni infinitesime

LEGGE di NEWTON $t = m \cdot \frac{du}{dn}$ dove n rappresenta la direzione perpendicolare al moto

$m = m(q, s, t)$ non dipende dallo stato di sforzo

lo sforzo tangenziale si può legare alla deformazione angolare $d\mathbf{g}$ della massa fluida



Legame con la temperatura $m = m(q)$

Gas P $m = \frac{A \cdot \sqrt{T}}{\left(1 + \frac{B}{T}\right)}$ dove A e B sono opportuni coeff. e T è la temp. assoluta

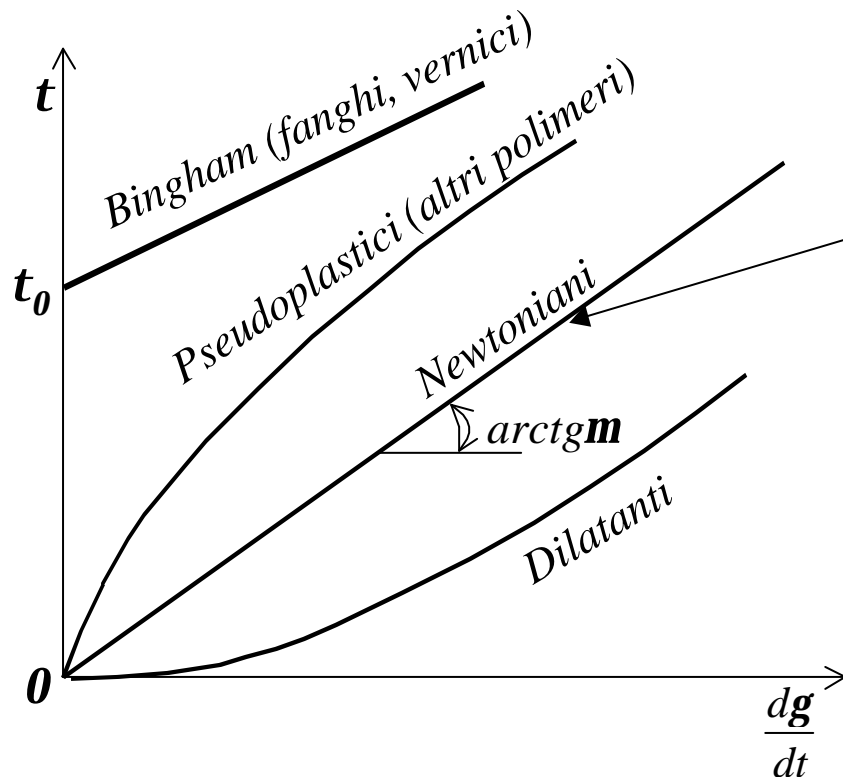
Liquidi P $\mu \downarrow \quad \theta \uparrow$ ad esempio per l'acqua : $m = m_0 \cdot (1 + a \cdot q + b \cdot q^2)^{-1}$
 $m_0 = m(0^\circ\text{C}) = 1.773 \text{ E-5 [N} \cdot \text{s/m}^2]$

FLUIDI NON NEWTONIANI

$$\text{Eq. reologica} \quad \mathbf{t} = f \left(\frac{d\mathbf{g}}{dt} \right)$$

- diversi tipi di fluidi:*
- A) fluidi le cui caratteristiche reologiche sono indipendenti dal tempo
 - B) *fluidi per i quali il legame sforzi-deformazioni dipende dal tempo*
 - C) *fluidi che possiedono alcune caratteristiche dei solidi, parziale reversibilità alle deformazioni*

A) *indipendenti dal tempo*



$\mathbf{m}(\mathbf{q} = \text{cost}) = \text{cost.}$ Rispettano la legge di Newton

$\mathbf{m} = \text{viscosità dinamica } [\text{Pa} \cdot \text{s}] = [\text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}]$

$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} = \text{viscosità cinematica } [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$

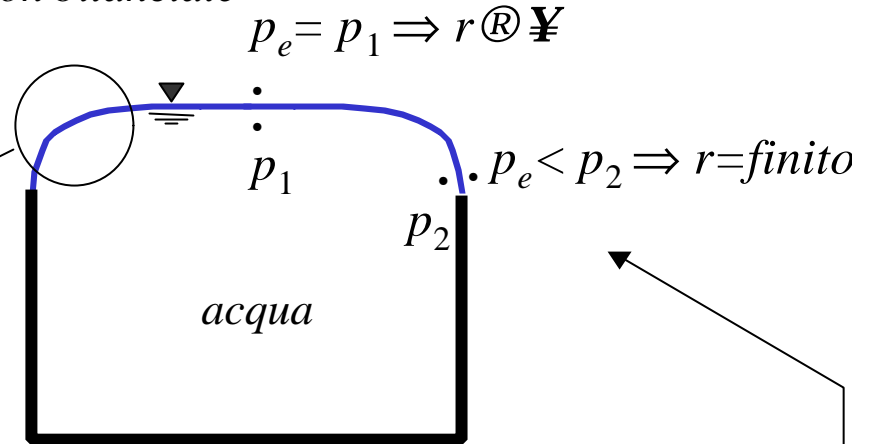
Tensione superficiale

La superficie di separazione un liquido e un altro fluido non miscibile si comporta come se fosse una membrana elastica in stato di uniforme tensione: si definisce **tensione superficiale** questa proprietà.

La **tensione superficiale** è dovuta alle forze di attrazione molecolare non bilanciate

$$S = S(\text{natura dei fluidi a contatto; } \mathbf{q}) \quad [\text{N/m}]$$

$$\left[\begin{array}{c} S \downarrow \\ \mathbf{q} \\ \uparrow \end{array} \right]$$

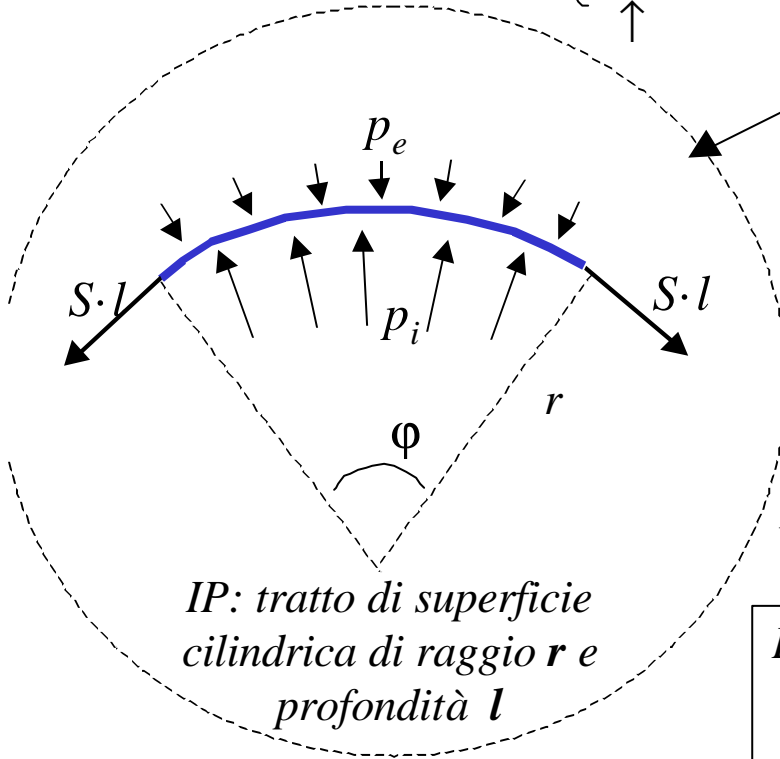
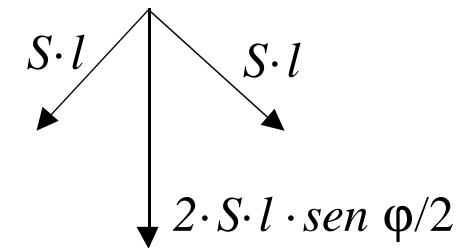


Componendo le forze derivanti dalla tensione superficiale e considerando la risultante delle pressioni

$$2 \cdot r \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot l \cdot \Delta p = 2 \cdot S \cdot l \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$$

proiezione sul piano orizzontale

$$\Delta p = p_i - p_e = \frac{S}{r}$$



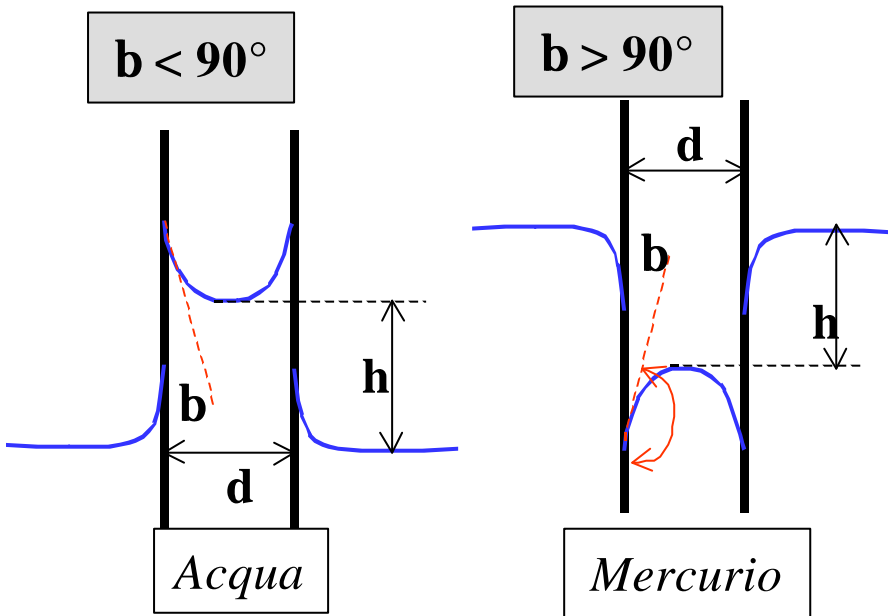
In generale su una superficie qualunque : Eq. di **LAPLACE**

$$\Delta p = S \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{con } r_1 \text{ e } r_2 \text{ raggi orincipali di curvatura}$$

contatto liquido-solido-gas : *Fenomeni di capillarità*

la superficie di separazione liquido-gas, quando un liquido viene a contatto di una superficie solida, forma con quest'ultima un angolo di contatto $\mathbf{b} = 0^\circ, 180^\circ$ che dipende dalla natura dei tre elementi a contatto.

è sempre colpa delle forze di attrazione molecolare



Calcolo del dislivello h

Hp: menisco assimilabile ad una calotta sferica allora noti

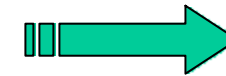
$d ; S ; b$

$$r^* = d / (2 \cos \beta)$$



dall'eq. di LAPLACE

$$g h = Dp$$



$$h = \frac{4S \cos b}{g d}$$



In alternativa posso scrivere l'equilibrio in direzione verticale per il volume in figura:

$$\gamma \pi r^2 h = 2 \pi r S \cos \beta$$

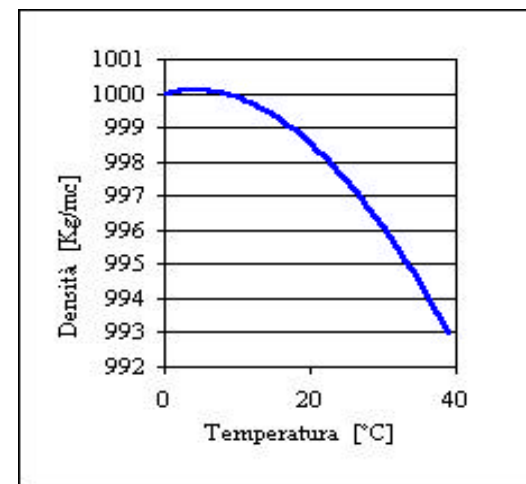
Esempi:

Perché i laghi ghiacciano solo in superficie?

I laghi gelano prima di tutto in superficie perché in inverno lo strato d'acqua superficiale si raffredda e, diventando più denso dello strato inferiore, scende sul fondo.

Questo processo continua finché la temperatura dell'intera massa d'acqua non ha raggiunto la temperatura di 4°C : oltre questo punto il raffreddamento dello strato superficiale rende quest'ultimo meno denso di quelli inferiori (appunto perché tra 0 e 4 °C la densità dell'acqua diminuisce), perciò lo strato superficiale rimane fermo galleggiando sulla sommità del lago.

Questo strato superficiale finisce per congelare diventando una lastra solida di ghiaccio mentre il resto dell'acqua del lago rimane a 4 °C. Il ghiaccio formatosi impedisce la perdita di calore del lago ed ogni altra perdita di calore causa soltanto un ispessimento della lastra senza perturbare gli strati più profondi che rimangono alla temperatura costante di 4 °C : le forme di vita che popolano il fondo del lago possono quindi sopravvivere.

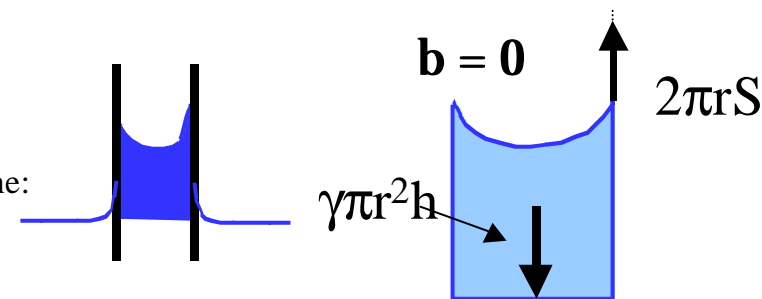


Determinare il diametro che deve avere un tubo in vetro per avere una risalita capillare di 1.0 mm quando viene immerso in acqua a 20°.

$$\gamma = 9.789 \text{ [kN/m}^2\text{]} ; \beta \approx 0^\circ ; S = 0.0728 \text{ [N/m]}$$

Imponendo l'equilibrio verticale all'ipotetico volume di liquido all'interno del tubo si ottiene:

$$\gamma \pi r^2 h = 2 \pi r S \quad r = 2 S / (h \gamma) \Rightarrow D = 2.97 \text{ cm}$$



Un olio lubrificante è posto tra due piatti piani e paralleli. Un piatto è fisso, l'altro si muove con velocità $v = 3 \text{ m/s}$.

Nota la distanza tra i due piatti $h = 2.6 \text{ cm}$, determinare lo sforzo di taglio nel lubrificante. $\mu_{\text{olio}} = 0.26 \text{ [kg/(m s)]}$

$$\tau = \mu \, dv/dn \Rightarrow \text{Ip. sforzo costante } \tau = \mu \, v/h \Rightarrow \tau = 0.26 \text{ [kg/(m s)]} * 3 \text{ [m/s]} / 0.026 \text{ [m]} = 30 \text{ [kg/(m s}^2\text{)]} = 30 \text{ [N/m}^2\text{]} = 30 \text{ [Pa]}$$

nota: anche se si tratta di olio a viscosità elevata, lo sforzo di taglio è piuttosto modesto. La pressione atmosferica è 101.325 [Pa], più di 3000 volte più piccolo.