

## RICHIAMI DI TERMODINAMICA DEI GAS

Prima di affrontare lo studio degli impianti a gas è utile richiamare alcune nozioni della termodinamica dei gas.

Ci occupiamo di gas assimilabili a *gas perfetti*, in altre parole gas che soddisfano l'equazione di stato

$$\boxed{pv - RT = 0} \quad \text{dove} \quad v = 1/\rho \quad \text{ed } R \text{ è la costante del gas (diversa per ciascun gas)}$$

$$R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}$$

Costante Universale →  $\mathcal{R}$   
Massa molecolare →  $\mathcal{M}$

La Costante Universale dei gas ha il valore di  $\mathcal{R} = 1,986 \text{ kcal/kmol K} = 8,314 \text{ kJ/kmol K}$ .

Se il fluido è un *gas perfetto*, si ha

$$\begin{cases} c_p = c_{p_0} + f(T) \\ c_v = c_{v_0} + f(T) \\ R = c_p - c_v = c_{p_0} - c_{v_0} \end{cases}$$

Un *gas ideale* è un *gas perfetto* per il quale  $c_p$  e  $c_v$  non variano neppure con la temperatura; nella pratica rispondono a questo requisito i soli gas monoatomici. In genere, per il campo di temperature caratteristico delle macchine in esame può porsi  $f(T) \cong aT$  (approssimazione di Langen), oppure usare forme polinomiali che possono raggiungere, ai fini di precisioni molto elevate, anche il 5° o il 6° ordine.

Per l'aria, in condizioni di temperatura usuali ( $T < 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ ) l'approssimazione di Langen può usarsi assumendo:

$$\begin{cases} c_{p_0} = 0,228 \left[ \frac{\text{kCal}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right] \\ c_{v_0} = 0,159 \left[ \frac{\text{kCal}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right] \\ a = 0,36 \times 10^{-4} \left[ \frac{\text{kCal}}{\text{kg } ^\circ\text{C}^2} \right] \end{cases}$$

Si ricordi che per un *gas perfetto* si ha

$$\begin{cases} du = c_v(T)dT \\ dh = c_p(T)dT \end{cases}$$

e quindi  $u$  ed  $h$  dipendono dal solo parametro temperatura.

Se la variazione di temperatura di una trasformazione termodinamica è sufficientemente contenuta, anche per un gas perfetto non ideale può ammettersi  $c_p$  e  $c_v \cong \text{cost}$  e questa trasformazione può identificarsi con una politropica

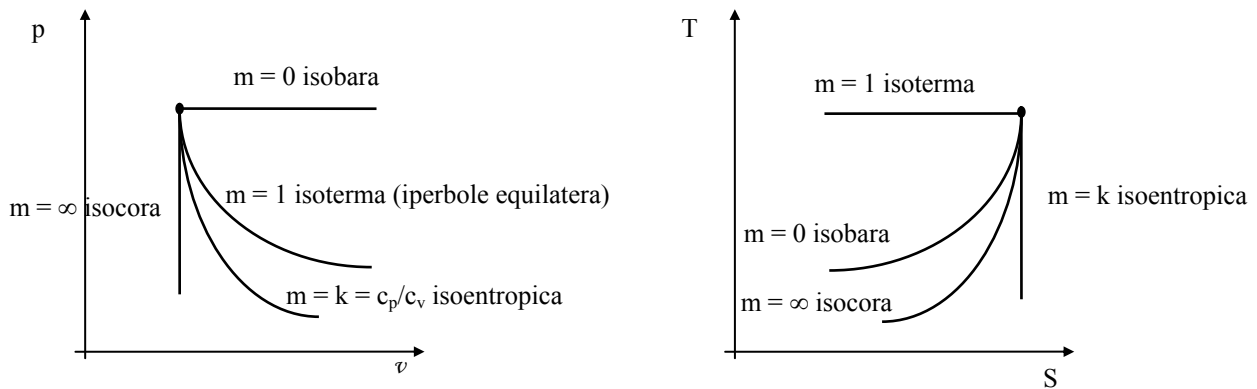
$$pv^m = \text{cost} = p_0 v_0^m$$

al variare di  $m$  si hanno tutti quei casi che nella tecnica maggiormente interessano;  $m$  è univocamente legato a  $c_p$  e  $c_v$  attraverso la relazione:

$$m = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

dove  $c$  è il calore specifico della politropica, anche questo costante.

Nei piani (p- $\mathcal{V}$ ) e (T-S) si possono rappresentare le tipologie delle varie trasformazioni utili nel campo delle macchine e degli impianti:



Sappiamo, inoltre, che per il 1° principio della termodinamica

$$dQ_{rev} = TdS = pd\mathcal{V} + c_v dT = -\mathcal{V}dp + c_p dT$$

se si ha una trasformazione a *volume costante* (isocora):

$$dS = c_v \frac{dT}{T} \Rightarrow S - S_0 = \int_{T_0}^T c_v(T) \frac{dT}{T}$$

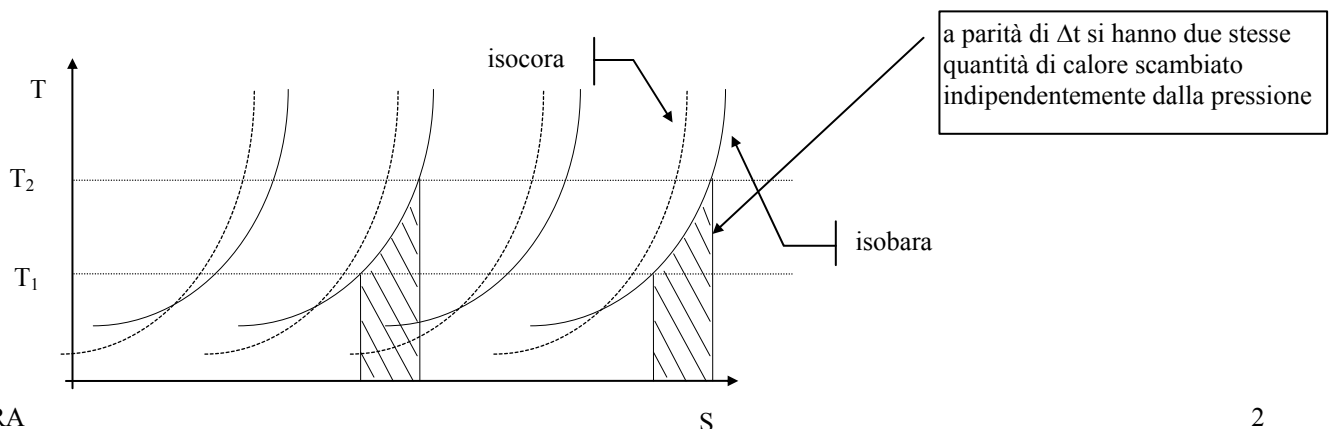
e se si ha una trasformazione a *pressione costante*, (isobara):

$$dS = c_p \frac{dT}{T} \Rightarrow S - S_0 = \int_{T_0}^T c_p(T) \frac{dT}{T}$$

Le due formule precedenti, per un *gas ideale* ( $c_p = cost$ ,  $c_v = cost$ ), assumono le seguenti espressioni: per  $v \equiv cost \rightarrow S - S_0 = c_v \ln \frac{T}{T_0}$  per  $p \equiv cost \rightarrow S - S_0 = c_p \ln \frac{T}{T_0}$

È evidente che  $c = \frac{dQ}{dT} = \frac{TdS}{dT}$  da cui  $\frac{dT}{dS} = \frac{T}{c}$  per cui nel piano (T-S),

essendo  $c_p > c_v$ , la pendenza dell'isobara è minore della pendenza dell'isocora; è opportuno evidenziare che tutte le isobare nel piano ( $h$ -S) (ovvero (T-S)), in relazione a diverse trasformazioni termodinamiche di un gas assimilabile ad un *gas perfetto*, possono ottenersi graficamente le une dalle altre trasladando rigidamente in direzione orizzontale (parallela all'asse delle S) una qualsiasi di tali curve. Anche la famiglia delle isobare, così come quella delle isocore, è una famiglia di curve CONGRUENTI.



Identico discorso può farsi per la famiglia delle isocore (tratteggiate in fig.); ciò perché  $C_p$  e  $C_v$  sono funzioni della sola temperatura

$$\begin{aligned} dQ_p &= c_p dT, & c_p &= c_p(T) \\ dQ_v &= c_v dT, & c_v &= c_v(T) \end{aligned}$$

calori scambiati a pressione ed a volume costante, rispettivamente; (nell'ipotesi di reversibilità)

In un impianto a gas possiamo avere a che fare con un gas puro (nel Compressore si ha sempre esclusivamente aria) ovvero con una miscela gassosa (nella Turbina di un impianto a circuito aperto si ha aria più gas combustibili).

Nel caso di miscela gassosa dobbiamo scrivere

$$\bar{h}(T) = \frac{\sum_i m_i \bar{h}_i(T)}{\sum_i m_i} \quad \text{ed analogamente} \quad \bar{u}(T) = \frac{\sum_i m_i \bar{u}_i(T)}{\sum_i m_i}$$

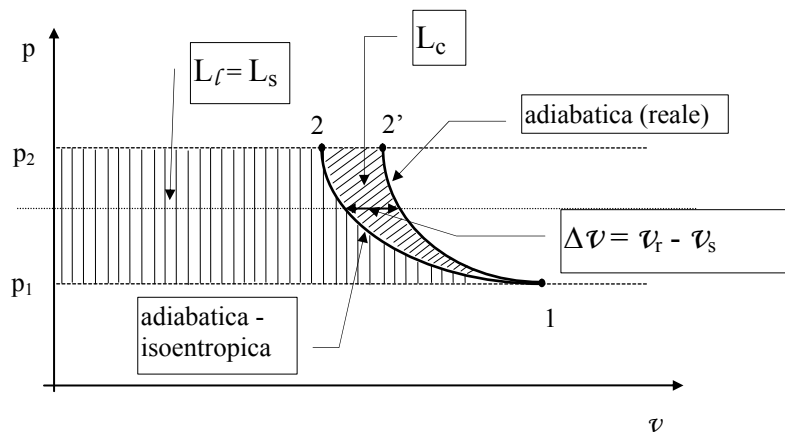
dove con  $m_i$  si indica la massa oppure la massa del singolo gas componente oppure la sua frazione (in quest'ultimo caso sarà  $\sum_i m_i = 1$ ).

Analizziamo, ora, i processi di **compressione** e d'**espansione** di un gas.

Formuliamo l'ipotesi che in seno alla macchina il campo di temperatura sia sufficientemente contenuto per approssimare il comportamento del *gas perfetto* con quello del *gas ideale* ( $\Delta t$  dell'ordine massimo di poche centinaia di °C,  $C_p, C_v \cong \text{cost}$ ); si tratta cioè di confondere la *sede limite* con quella *ideale*; all'interno di una macchina a fluido (operatrice o motrice) ciò è in generale verificato con discreta approssimazione.

## A) COMPRESSIONE

IPOTESI DI GAS IDEALE :



Lo stato termodinamico iniziale, NOTO, è quello relativo al punto 1 (inizio compressione), mentre 2 corrisponde alla compressione *adiabatica reversibile (isentropica)* conclusa. La trasformazione 1-2', *adiabatica reale*, può essere approssimata con una *politropica* d'esponente opportuno.

L'equazione dell'energia in **forma termica** per un sistema aperto è, come noto:

$$\cancel{dQ} + dL = d\bar{h} + \cancel{cdc} + \cancel{gdz} \quad (1)$$

nel caso di fluidi aeriformi il  $dE_{\text{pot}}$  non è mai significativo; per quanto riguarda  $dE_{\text{cin}}$ , esso è notevole se si fa riferimento ad un singolo elemento (statore o rotore) di una turbomacchina, mentre, se si integra il termine sull'intero compressore questo può ritenersi trascurabile;  $dQ$  può, infine, trascurarsi in quanto il processo è assimilabile ad adiabatico.

L'equazione dell'energia in **forma meccanica** è:

$$dL = v dp + c dc + \cancel{g dz} + dL_p \quad (dL_p = dQ_{il} > 0) \quad (1)$$

Integrando l'equazione dell'energia, trascurando anche  $dE_{cin}$ , per *l'adiabatica reversibile* e quindi isoentropica si ha, in *sede limite*

$$L_s = L_\ell = h_2 - h_1 \quad \cdot \cdot \text{dalla forma termica}$$

ovvero

$$L_s = L_\ell = \int_1^2 v dp \quad \cdot \cdot \text{dalla forma meccanica}$$

dove il pedice s sta per isentropico.

In *sede reale*, invece, per i due casi analoghi precedenti si ha

$$L_r = h_2' - h_1 \quad \cdot \cdot \text{dalla forma termica}$$

$$L_r = \int_1^{2'} v dp + L_p \quad \cdot \cdot \text{dalla forma meccanica} \quad \text{dove } L_p \quad \text{è il } \textit{lavoro passivo} \text{ nel percorso da 1 a 2'.$$

Nel piano (p-V) possiamo rappresentare come area il solo *lavoro limite* (il *lavoro passivo* non trova, infatti, una sua rappresentazione) e, per questo motivo, preferiremo la rappresentazione della compressione del fluido sul piano (T-S).

Possiamo scrivere

$$L_r = \int_1^2 v dp + \int_1^2 \Delta v dp + L_p \quad \text{dove } \Delta v = v_r - v_s \quad \text{a parità di p}$$

ovvero

$$L_r = L_l + L_{cR} + L_p$$

dove  $L_{cR}$  è il *lavoro di controrecupero*, dovuto alla maggiore dilatazione ( $v_r > v_s$ ) del fluido in *sede reale* rispetto a quella isoentropica.

Nell'integrale precedente è indifferente usare il simbolo 2 o 2' perché la variazione di pressione è unica ( $p_2' = p_2$ ).

Possiamo, inoltre, scrivere

$$L_s = L_\ell = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p (T_2 - T_1)$$

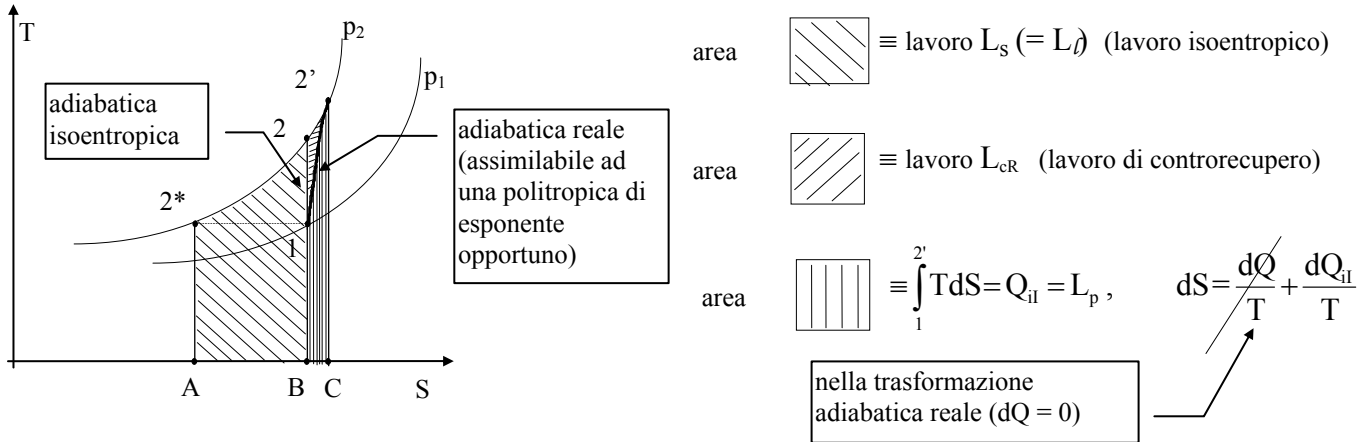
essendo  $dL = d\hat{h}$  ed essendo, per un gas perfetto,  $d\hat{h} = c_p dT$

quindi

$$L_r = \int_{T_1}^{T_2'} c_p dT = c_p (T_2' - T_1)$$

**NB.** il  $c_p$  medio tra  $T_1$  e  $T_2$  è molto simile al  $c_p$  medio tra  $T_1$  e  $T_2'$  !

Consideriamo il bilancio energetico della compressione con l'ausilio del piano (T-S)



$$\begin{cases} L_s = L_l = \text{Area}(A2^*2B) \\ L_{cr} = \text{Area}(122') \\ L_p = Q_{il} = \text{Area}(B12'C) \end{cases}$$

La rappresentazione delle trasformazioni termodinamiche sul piano (T-S) è, dunque, di grande utilità poiché, sotto forma di area, è rappresentabile l'intero bilancio del lavoro.

Introduciamo, ora, il *rendimento di compressione*:

RENDIMENTO ADIABATICO o ISOENTROPICO  $\eta_{ad(adiabatico)} = \eta_{s(isoentropico)} = \frac{L_s}{L_r}$

A questo punto vediamo di calcolare il lavoro della trasformazione, (1-2), *adiabatica isoentropica*, in *sede limite*:

partiamo dall'equazione dell'energia in **forma termica**  $dL = d\hat{h} = c_p dT$

$$L_s = c_p(T_2 - T_1) = c_p T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{c_p}{R} T_1 R \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{c_p}{c_p - c_v} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

avendo usato l'equazione di Poisson<sup>1</sup>:  $\left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$  per l'adiabatica isoentropica.

Rimane da calcolare il lavoro lungo l'*adiabatica reale*, (1-2'); sempre partendo dall'equazione dell'energia in **forma termica**, possiamo scrivere

$$L_r = c_p(T_{2'} - T_1) = c_p T_1 \left( \frac{T_{2'}}{T_1} - 1 \right) = \frac{c_p}{R} T_1 R \left( \frac{T_{2'}}{T_1} - 1 \right) = \frac{c_p}{c_p - c_v} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

avendo usato l'equazione di Poisson per la politropica di esponente  $m$ :

<sup>1</sup> Simeon Denis **POISSON**, (1781,1840), matematico Francese.

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^m; \quad \left(\frac{T_2'}{T_1}\right) = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{m-1}; \quad \left(\frac{T_2'}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

Possiamo, quindi, indicare l'espressione del rendimento precedentemente definito come:

$$\eta_{ad} = \frac{L_s}{L_r} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}$$

dove il valore di  $k$  definisce il tipo di fluido ed il valore di  $m$  quantifica l'entità delle irreversibilità di 1<sup>a</sup> specie.

Se supponiamo di aver scelto un fluido e di effettuare una compressione, ci rendiamo conto che:

$\eta_{ad}$  non dipende solamente dal livello tecnologico della macchina ma, in maniera diretta, dal rapporto manometrico di compressione; il suo valore numerico acquista significato indicativo del livello tecnico-tecnologico della macchina se e solo se si fissa  $\beta = p_2/p_1$ .

Il *rendimento politropico* è invece definito come:

$$\eta_{pol} = \frac{L_{pol.rev.}}{L_r}$$

assumendo come trasformazione reversibile di riferimento, anziché la adiabatica reversibile (isoentropica) la politropica reversibile che approssima la trasformazione reale. Per il calcolo del *lavoro politropico reversibile* conviene usare l'eq.ne dell'energia in **forma meccanica** (essendo qui  $Q \neq 0$ , la forma termica non è conveniente), ottenendo:

$$L_{pol.rev.} = \int_{p_1}^{p_2} v_r dp = \frac{m}{m-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

e pertanto l'espressione di  $\eta_{pol}$  sarà:

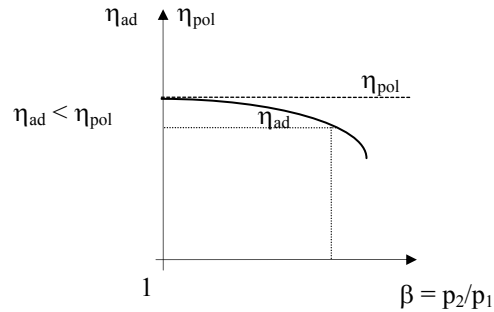
$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \frac{m}{m-1}$$

che non dipende dal rapporto di compressione  $\beta = p_2/p_1$ .

Mentre  $\eta_{ad}$  è usato abitualmente nei calcoli ed ha un significato ingegneristico specifico, in quanto si confronta il lavoro realmente speso con quello che si spenderebbe qualora la macchina, permanendo adiabatica, operasse reversibilmente,  $\eta_{pol}$  è, col suo valore numerico, quantitativamente indicativo del livello tecnico-tecnologico della macchina, proprio in quanto non dipende da  $\beta$  ma soltanto – a parità di fluido, cioè di  $K$  – dall'incidenza delle irreversibilità, quantificata dal valore di  $m$ .

Se poniamo in un grafico il *rendimento adiabatico*  $\eta_{ad}$  otteniamo la figura seguente:

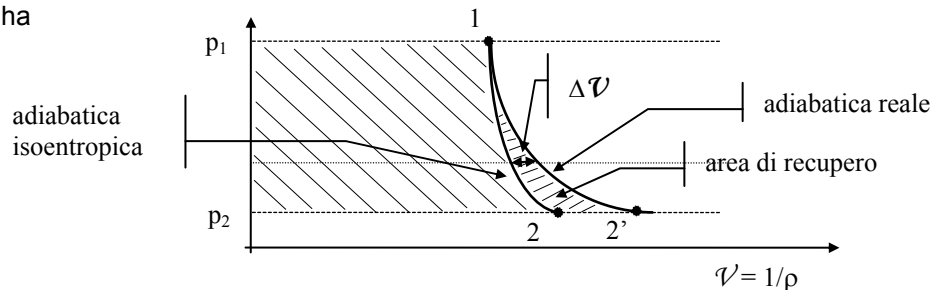
dove si vede che:  $\lim_{\beta \rightarrow 1} \eta_{ad} = \eta_{pol}$



## B) ESPANSIONE

Studiamo, ora, l'**espansione** di un gas applicando considerazioni analoghe a quelle fatte per la compressione.

Sul piano  $(p - v)$ , si ha



Anche in questo caso non possiamo visualizzare il lavoro passivo,  $L_p$ , nel piano  $(p, v)$ .

Eseguiamo l'analisi termodinamica, partendo dall'equazione dell'energia in **forma termica**, utilizzabile sia *nell'adiabatica reversibile* (isoentropica) che in quella *reale*

$$\cancel{dQ} + dL = d\hat{h} + cdc + \cancel{gdz}$$

mentre, in **forma meccanica**

$$dL = vdp + cdc + \cancel{gdz} + dL_p \quad (dL_p = dQ_{il} > 0)$$

dove  $gdz$  è trascurabile nel caso di aeriformi ed il termine  $cdc = dE_{cin}$  può essere rilevante se riferito ad un solo elemento dello Stadio, statore o rotore, ma se integrato sulla intera macchina può ritenersi trascurabile.

Le precedenti, allo scopo di trattare con quantità positive, le possiamo scrivere

$$|dL| = |d\hat{h}|$$

$$|dL| = |vdp| - dL_p$$

e, integrando la prima, otteniamo:

$$|L_s| = |L_r| = \hat{h}_1 - \hat{h}_2 = \left| \int_{T_1}^{T_2} c_p dT \right|$$

$$|L_r| = \hat{h}_1 - \hat{h}_{2'} = \left| \int_{T_1}^{T_{2'}} c_p dT \right|$$

Utilizzando l'equazione dell'energia in **forma meccanica**, si ha

$$|L_s| = |L_f| = \left| \int_1^2 v dp \right|$$

e, quindi

$$|L_r| = \left| \int_1^{2'} v dp \right| - L_p$$

Possiamo anche scrivere

$$\left| \int_1^{2'} v dp \right| = \left| \int_1^2 v dp \right| + \left| \int_1^2 \Delta v dp \right| \quad \text{dove } \Delta v = v_r - v_s > 0$$

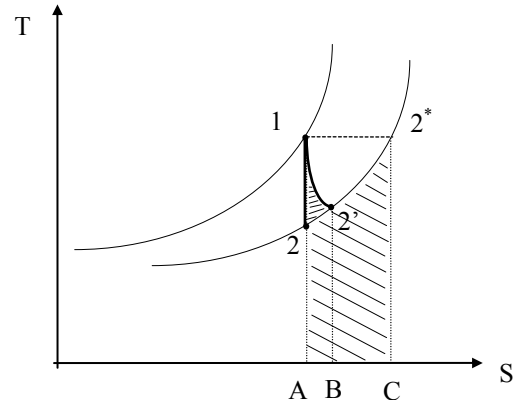
$$\text{In definitiva, si ha } |L_r| = |L_f| + L_R - L_p \quad \text{ovvero: } |L_r| = |L_f| - (L_p - L_R)$$

dove  $L_R$  è il *lavoro di recupero*.

Il *lavoro di recupero* è dovuto, come avviene in una compressione, ad una maggiore dilatazione del fluido in *sede reale* rispetto alla *sede limite*. Questo effetto rappresenta un **vantaggio** nel caso dell'**espansione** ed uno **svantaggio** nel caso della **compressione**. Mentre nella compressione il *lavoro di controrecupero* si somma al *lavoro passivo*, nell'**espansione** tale lavoro rappresenta un parziale recupero del lavoro perduto per le irreversibilità di 1<sup>a</sup> specie.

La situazione è ben evidenziata (in termini di aree rappresentative dei lavori considerati) sul piano (T-S)

$$\begin{aligned} |L_f| &= |L_s| = \text{Area}(A22^*C) \\ |L_r| &= \text{Area}(B2'2^*C) \\ \text{Si ha, infatti} \quad L_p &= \int_1^{2'} T dS = \text{Area}(12'BA) \\ L_R &= \text{Area}(122') \end{aligned}$$



$$\text{Per una espansione in turbina possiamo definire il } \textit{rendimento adiabatico} \quad \eta_{ad} = \eta_s = \frac{|L_r|}{|L_s|}$$

per valutare le espressioni dei lavori  $L_r$ ,  $L_s$ ,  $L_{pol-rev}$ , in valore assoluto, possiamo avvalerci delle stesse equazioni, ottenute nello studio della compressione, cambiando i segni al secondo membro:

$$|L_s| = \hat{h}_1 - \hat{h}_2 = \left| \int_1^2 c_p dT \right| = -c_p(T_2 - T_1) = c_p(T_1 - T_2) = \frac{c_p}{R} RT_1 \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

$$\text{ma anche} \quad |L_r| = \hat{h}_1 - \hat{h}_{2'} = \left| \int_1^{2'} c_p dT \right| = -c_p(T_{2'} - T_1) = \frac{c_p}{R} RT_1 \left[ 1 - \frac{T_{2'}}{T_1} \right] = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]$$

$$|L_{polrev}| = \int_{p_1}^{p_2} v_r dp = \frac{m}{m-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

come si evince integrando  $v_r dp$  secondo l'eq.ne della trasformazione:  $p v^m = p_1 v_1^m = \text{cost}$ .



Anche l'espressione di  $|L_s|$  può ottenersi dall'equazione dell'energia in **forma meccanica**, integrando  $v_s$  dp secondo l'eq.ne della trasformazione:  $p v^k = p_1 v_1^k = \text{cost.}$

Ricaviamo, quindi, l'espressione del *rendimento adiabatico o isoentropico*

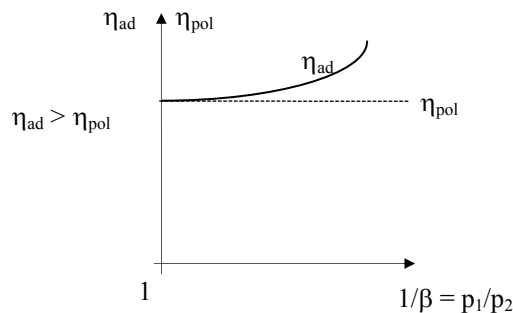
$$\eta_{ad} = \eta_s = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

e del *rendimento politropico*: 
$$\eta_{pol} = \frac{|L_r|}{|L_{pol rev}|} = \frac{k}{k-1} \frac{m-1}{m}$$

Per quanto riguarda l'utilità ed i significati di  $\eta_{ad}$  ed  $\eta_{pol}$  valgono considerazioni analoghe a quelle già fatte a proposito della compressione.

Anche qui si ha:  $\lim_{\beta \rightarrow 1} \eta_{ad} = \eta_{pol}$  essendo  $\beta = p_2/p_1$  il *rapporto manometrico di espansione*.

Il grafico di  $\eta_{ad}$  in funzione di  $1/\beta$  è di seguito riportato:



È evidente che in compressione è  $\eta_{ad} < \eta_{pol}$  e l'opposto avviene in espansione, ove è  $\eta_{ad} > \eta_{pol}$ : nel primo caso il *lavoro di controrecupero* gioca a **sfavore** del *rendimento adiabatico*, nel secondo caso il *lavoro di recupero* gioca invece a suo **favore**. Per tale motivo, in ordine a considerazioni puramente termodinamiche (prescindendo da considerazioni fluidodinamiche, importantissime soprattutto quando trattasi di turbomacchine) **è molto più difficile comprimere che espandere un gas con elevati rendimenti adiabatici.**

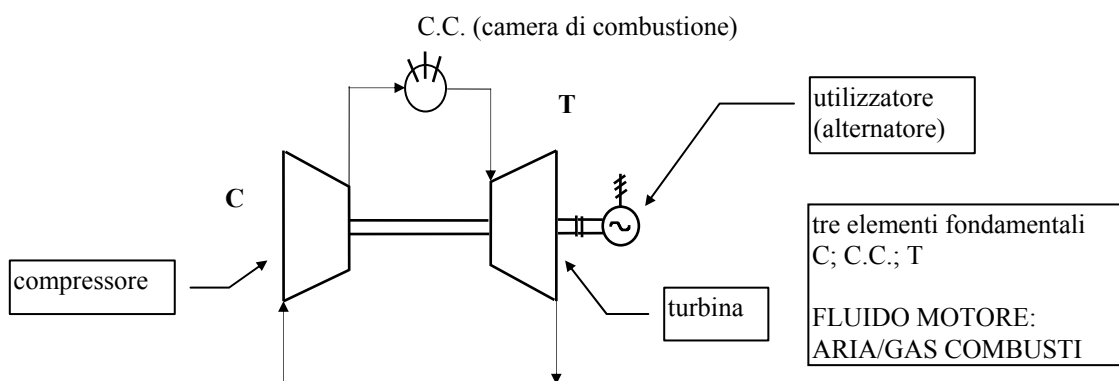
Dopo questi richiami ai gas ci possiamo occupare di una 2<sup>a</sup> classe di **impianti motori termici** in grado di sviluppare grandi potenze: gli **impianti motori a gas**.

## IMPIANTI MOTORI A GAS

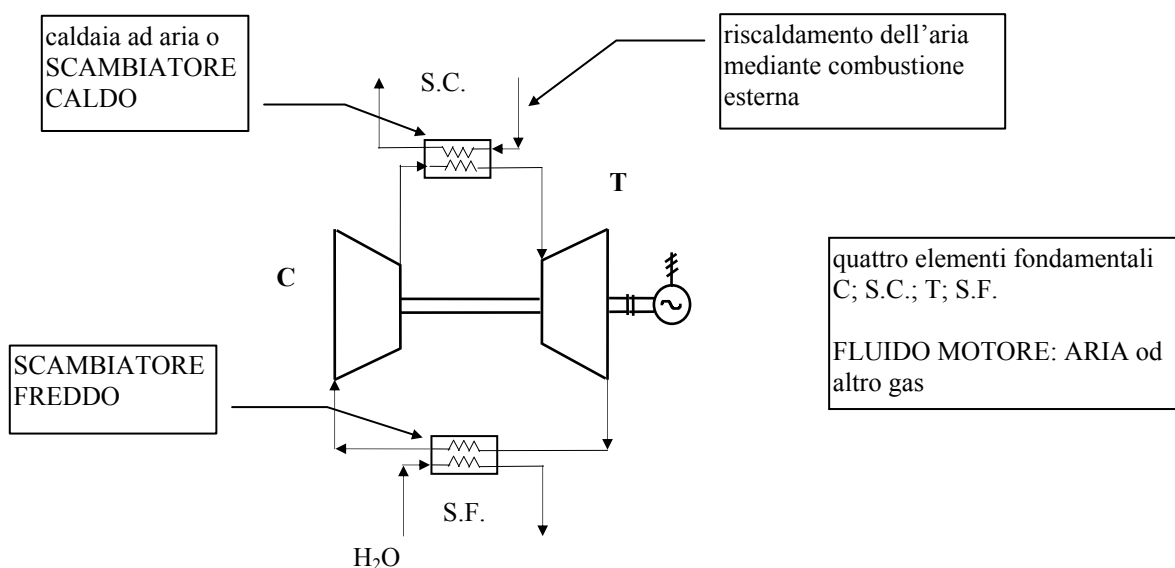
Analizziamo uno schema semplice di impianto a gas che, contrariamente a quanto accade per gli impianti motori a vapore, per i quali si adottano schemi impiantistici di complessità crescente con la taglia del gruppo, è di uso corrente nelle pratiche applicazioni anche per grandi taglie.

### SCHEMA di IMPIANTO a GAS a CIRCUITO SEMPLICE

#### a) COMBUSTIONE INTERNA (circuito aperto)<sup>2</sup>



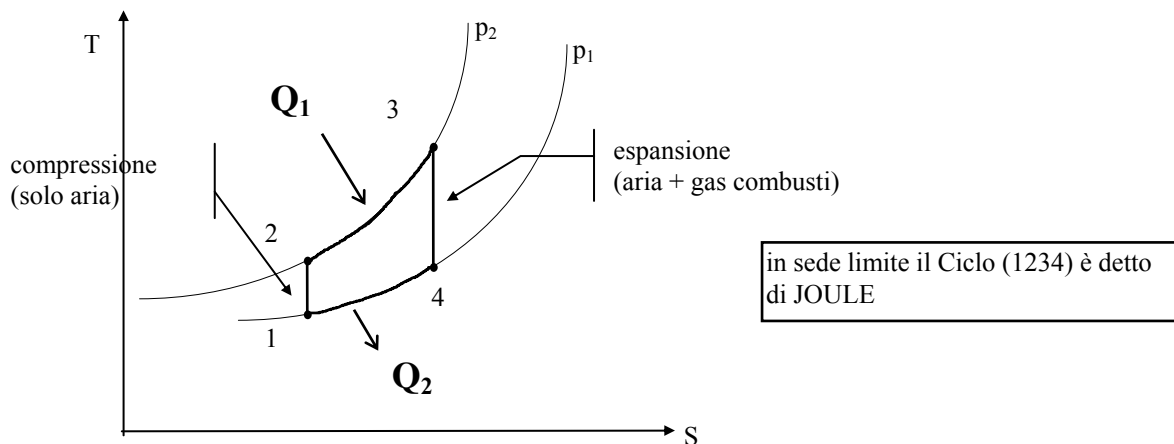
#### b) COMBUSTIONE ESTERNA (circuiti chiusi)



Il 1° impianto, a parità di potenza installata, è più economico dal punto di vista costruttivo, innanzi tutto perché presenta un elemento in meno, ovvero lo scambiatore freddo, le cui superfici di scambio sono molto ampie. Nel 1° caso, tuttavia, la T elabora gas combusti, il che non avviene nel 2° impianto, dove il fluido motore non è “inquinato” dai prodotti della combustione, che occupano un circuito esterno.

<sup>2</sup> La quasi totalità degli impianti con turbina a gas sono a CIRCUITO APERTO cioè a COMBUSTIONE INTERNA.

Analizziamo, in *sede limite* l'evoluzione termodinamica del fluido nei due diversi impianti, riferendoci al piano (T, S).



Nel caso di impianto a combustione interna è lecito considerare, in *sede limite*, il ciclo come se fosse percorso solo da aria ?

Ricordiamo che il rapporto pratico  $m_{\text{aria}} / m_{\text{comb}}$  è molto elevato ( $\cong 50 \div 60$ ) mentre il rapporto stechiometrico è  $14 \div 15$ , in altre parole lavoriamo con un notevolissimo eccesso di aria (dell'ordine del  $250 \div 300\%$  !); i prodotti della combustione sono così ricchi d'aria che considerare, ai fini dei calcoli, il fluido che evolve nella T dissimile da quello che evolve nel compressore è pressoché insignificante, a meno che la precisione richiesta non sia molto severa.

Sia in *sede limite* che *ideale* si può ritenere che l'impianto funzioni secondo il Ciclo Joule.

Mentre negli impianti a vapore si confronta sempre il *ciclo reale* con quello *limite* e non si parla mai di *ciclo ideale* (in quanto il fluido, acqua, non può ritenersi neppure in prima approssimazione schematizzabile con un gas), in un impianto a gas (che può ritenersi, almeno in prima approssimazione, un *gas ideale*) si può fare riferimento anche al *ciclo ideale*. Il *ciclo ideale* assolve una funzione abbastanza interessante in quanto con esso può confondersi il *ciclo limite* (avendo vantaggi operativi non indifferenti) senza commettere errori macroscopici di calcolo.

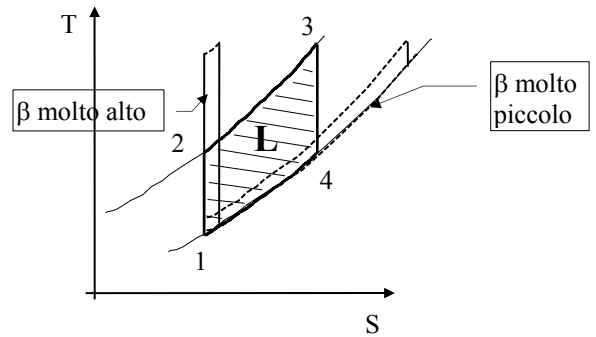
Analizziamo quali sono i limiti di questa approssimazione; in ambedue i casi non vi sono irreversibilità di 1<sup>a</sup> specie; nel *caso ideale*  $C_p$  e  $C_v$  sono costanti; nel *caso limite* questi si approssimano ad opportuni valori medi (approssimazione entro certi limiti valida nell'ambito dei campi di temperature che si hanno negli impianti termici).

Quest'ultima approssimazione è meno accettabile negli impianti di generazione recente dove  $t_3 > 1000$  °C, mentre negli impianti di vecchia generazione era  $t_3 \cong 650 \div 700$  °C, e l'escursione termica complessiva del fluido nell'impianto era molto più contenuta.

Nel caso di circuito chiuso abbiamo, inoltre, bisogno di sostituire la camera di combustione (dove si ha un'alterazione della composizione chimica del fluido) con uno scambiatore a superficie; ciò comporta di considerare il ciclo, anche in *sede limite*, descritto dalla sola aria, in altre parole non si ha variazione di composizione chimica del fluido motore.

Analizziamo, da un punto di vista termodinamico, questi impianti, dove il problema principale, ai fini della precisione dei calcoli, è rappresentato soprattutto dalla variabilità del  $C_p$ .

Facendo riferimento agli schemi precedenti consideriamo in primo luogo la *sede limite*, valida nei casi in esame, sia per il ciclo chiuso sia per quello aperto



Il rendimento ideale è dato da:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{Q_{2id}}{Q_{1id}} = \frac{L_{id}}{Q_{1id}}$$

Se consideriamo un *Ciclo Ideale*, con funzione di Ciclo di Riferimento nel piano (T-S), si può scrivere:

$$Q_{2id} = \dot{h}_4 - \dot{h}_1 = c_p(T_4 - T_1)$$

$$Q_{1id} = \dot{h}_3 - \dot{h}_2 = c_p(T_3 - T_2)$$

ed anche

$$L_{id} = |\text{Lavoro T}| - |\text{Lavoro C}| = (\dot{h}_3 - \dot{h}_4) - (\dot{h}_2 - \dot{h}_1) = Q_{1id} - Q_{2id}$$

In un Impianto Motore a gas il lavoro richiesto dal compressore non è trascurabile, a differenza di quanto accade in un Impianto Motore a vapore, dove il lavoro assorbito dalle macchine operatrici (pompe) è, almeno in prima approssimazione, trascurabile. Questo spiega i bassi rendimenti degli Impianti Motori a gas, penalizzati dalla presenza del Compressore, rispetto ai rendimenti più elevati degli Impianti a vapore, soprattutto di quelli di tipo avanzato.

Possiamo esprimere, in funzione dei parametri chiave dell'impianto,  $\beta = p_2/p_1$ ,  $\tau = T_3/T_1$ , (dove  $\beta$  è il rapporto di compressione e  $\tau$  quello delle temperature assolute massima/minima del ciclo),  $Q_{1id}$ ,  $Q_{2id}$  ed  $L_{id}$  e, ricordando che i dati del punto 1 corrispondono, in generale, alle condizioni ambientali, *il rendimento ideale* del ciclo:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

i due  $C_p$  coincidono nel *ciclo ideale* in quanto,  $C_p$  è considerato costante, il che corrisponde a considerare IDEALE il gas PERFETTO. In *sede limite*, invece, i valori medi dei  $C_p$  sono diversi per i diversi campi di temperatura ed è opportuno tenerne conto se si devono soddisfare esigenze di accuratezza severe.

La formula precedente, moltiplicando e dividendo per  $T_1$  il numeratore ed il denominatore del 2° membro, diventa:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}\right)}$$

ponendo:

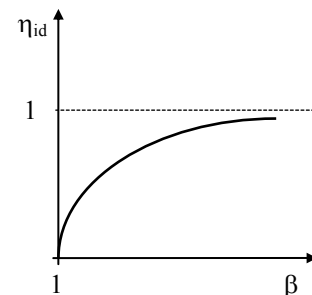
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^\varepsilon \quad \text{ed anche} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} = \frac{\tau}{\beta^\varepsilon}$$

risulta, infine:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{\frac{\tau}{\beta^\varepsilon} - 1}{\tau - \beta^\varepsilon} = 1 - \left(\frac{\tau - \beta^\varepsilon}{\tau - \beta^\varepsilon}\right) \frac{1}{\beta^\varepsilon} = 1 - \frac{1}{\beta^\varepsilon}$$

e, quindi, fissato  $\beta$ , indipendentemente da  $\tau$ , il ciclo assume un *rendimento ideale* ben definito. Si intuisce che, aumentando  $T_3$ , l'effetto Carnot favorisce il ciclo, mentre l'effetto di molteplicità delle sorgenti lo penalizza e nel complesso i due effetti si bilanciano, cosicché il rendimento del ciclo dipende solo da  $\beta$  e non da  $\tau$ .

Possiamo porre in un grafico  $\eta_{id}$  in funzione di  $\beta$  ed ottenere una curva crescente e tendente ad 1 asintoticamente.



Vediamo adesso l'andamento del *lavoro specifico* (ovvero del *lavoro per unità di massa*, area del ciclo nel piano  $(T, S)$  in sede *Limite* ovvero *Lavoro Limite* ottenibile dall'unità di massa di fluido evolvente)

$$L_{id} = |L_{idT}| - |L_{idC}| = Q_{1id} - Q_{2id} = c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1)$$

introduciamo il *lavoro normalizzato*, (adimensionale)  $\lambda_{id}$  dividendo  $L_{id}$  per  $c_p T_1 \approx cost$  essendo  $T_1$  la temperatura ambiente:

$$\lambda_{id} = \frac{L_{id}}{c_p T_1} = \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_4}{T_1} + 1 = \tau - \beta^\varepsilon - \frac{\tau}{\beta^\varepsilon} + 1$$

per  $\tau = cost$  e, nel caso di aria,  $k = 1,38$  ed  $\varepsilon = 0,275$  (assumendo per  $k$  un valore medio nel campo di temperatura del ciclo). Si ha:

$$\lambda_{id} = 0 \quad \begin{cases} \beta = 1 \\ \beta = \tau^{1/\varepsilon} \end{cases}$$

Per il teorema di Rolle<sup>3</sup>, il lavoro del ciclo presenta, dunque, almeno un massimo relativo nel predetto intervallo di variabilità di  $\beta$ .

<sup>3</sup> Michel Rolle, (1652-1719), matematico francese.

Infatti, imponendo:

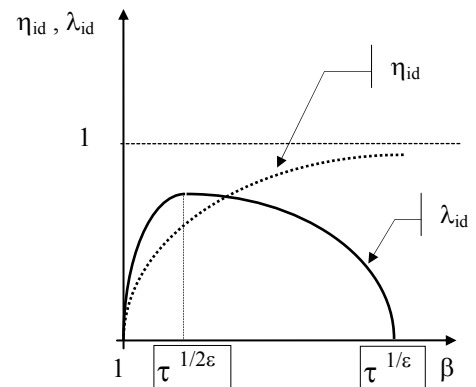
$$\frac{d}{d\beta} \left( \frac{L_{id}}{c_p T_1} \right) = -\varepsilon \beta^{\varepsilon-1} + \tau \varepsilon \beta^{-\varepsilon-1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta^{\varepsilon-1} = \tau \beta^{-\varepsilon-1} \quad \Rightarrow \quad \beta^{2\varepsilon} = \tau$$

discende che

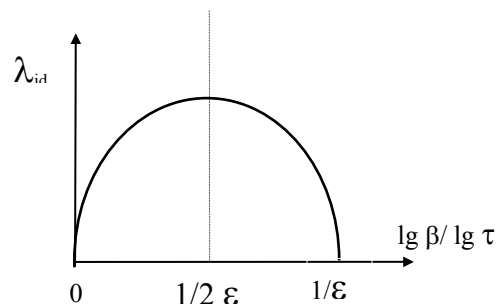
$$(\lambda_{id})_{max} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial \lambda_{id}}{\partial \beta} = 0 \quad \text{per} \quad \beta = \tau^{1/2\varepsilon}$$

che individua la condizione di massimo lavoro specifico (la derivata seconda è ovviamente negativa).

Per  $\beta = 1$  il ciclo degenera nella trasformazione 1-4 percorsa nei due sensi (area nulla  $\equiv$  lavoro nullo di compressione e di espansione); per  $\beta = \tau^{1/\varepsilon}$  il ciclo degenera nella sola trasformazione (1 - 2), anche essa percorsa nei due sensi (calori  $Q_{1-id}$  e  $Q_{2-id}$  nulli). Nel grafico del rendimento ideale possiamo tracciare anche l'andamento di  $\lambda_{id}$  per fare delle semplici considerazioni.



Usando una scala logaritmica per l'ascissa  $\beta$ , il grafico  $\lambda_{id}$  risulta simmetrico:



Facciamo un esempio numerico con valori corrispondenti ad un impianto di generazione recente (ma non recentissima) per applicazioni terrestri.

Assumiamo  $T_1 = 300 \text{ K}$  e  $T_3 = 1.250 \text{ K}$ , valore corrispondente a tecnologie dei materiali per alte temperature abbastanza moderne ma non avanzatissime, cui corrisponde un  $\tau \cong 4,2$ ; per  $\varepsilon = 0,275$ , si avrà un massimo del lavoro specifico,  $(\lambda_{id})_{max}$ , per  $\beta \cong 14$ , valore piuttosto elevato, giustificabile in *sede limite*, mentre in *sede reale*, come si vedrà tra breve, il massimo si ottiene per  $\beta = 9 \div 10$ .

La scelta di  $\beta$ , in *sede reale*, sarà operata in modo da approssimare la condizione di *massimo lavoro specifico* senza danneggiare in maniera inaccettabile il rendimento.

Analizziamo la *sede reale* ipotizzando ( $c_{p(\text{medio } 2-3)} = c_{p23} \cong c_{p(\text{medio } 4-1)} = c_{p14}$ ); ovvero ritenendo ancora il *gas ideale*.

Se si tiene conto dei notevolissimi eccessi d'aria in un impianto di questo tipo (impianto a combustione interna) possiamo eseguire il bilancio termico relativo alla camera di combustione nel computo approssimato:

$$Q_{id} = c_p(T_3 - T_2) = \frac{H_i}{1 + \alpha}$$

dove  $H_i$  è il *potere calorifico inferiore* del combustibile ed  $\alpha$ , rapporto in *massa aria/combustibile*, è fissato in base alla temperatura massima,  $T_3$ , che si vuole raggiungere e si prefissa in sede di progetto.

Dalla precedente, assumendo un  $\beta = 9$ , una  $T_3 = 1.250 \text{ K}$  ed un  $H_i = 10.000 \text{ Kcal/kg} \cong 42.000 \text{ kJ/kg}$ , di un comune gasolio, ricaviamo il dato che ci interessa,  $\alpha \cong 50 \div 55$ , ciò significa che per ogni kg di combustibile si impiegano circa 55 kg di aria, allo scopo di limitare la  $T_3$  nella misura prevista.

In un impianto a circuito aperto l'isobara (4 - 1) di chiusura del ciclo corrisponde ad un processo in atmosfera libera; il calore  $Q_2$  equivale, quindi, alla differenza tra l'entalpia dei fumi scaricari nell'atmosfera e quella dell'aria prelevata dall'atmosfera; il calore  $Q_1$  è, invece, direttamente legato alla quantità di combustibile introdotta in camera di combustione, per di massa di aria. Nelle turbine a gas si riesce, oggi, a realizzare una combustione pressochè perfetta; il *potere calorifico inferiore* (per definizione riferito ad 1 kg di combustibile) interessa  $(1 + \alpha)$  kg di fluido costituito dai gas combusti. Ricordando che l'  $\alpha$  stechiometrico è circa  $14 \div 15$ , il valore di  $\alpha$  conferma che operiamo con eccessi d'aria dell'ordine del 250 %:

$$e = 100 \cdot \frac{\alpha - \alpha_{stech}}{\alpha_{stech}}$$

Passando ad analizzare la *sede reale*, possiamo confondere, accettando errori non trascurabili ma neppure macroscopici, il *rendimento limite*  $\eta_\ell$  con quello *ideale*:

$$\eta_\ell \approx \eta_{id}$$

assumendo  $c_p$  costante e scegliendo opportunamente il suo valore medio. Se trascuriamo le perdite di carico in camera di combustione, possiamo tracciare il diagramma nel piano (T- S) come in figura e possiamo scrivere che, in sede reale:

$$Q_{1r} = c_p (T_3 - T_{2'})$$

$$Q_{2r} = c_p (T_{4'} - T_1)$$

ed anche che

$$\eta_r = 1 - \frac{Q_{2r}}{Q_{1r}} = \frac{L_r}{Q_{1r}} = \frac{|L_{rT}| - |L_{rC}|}{Q_{1r}}$$

dove

$$L_{rT} = (\hat{h}_3 - \hat{h}_{4'}) = c_p (T_3 - T_{4'})$$

$$L_{rC} = (\hat{h}_{2'} - \hat{h}_1) = c_p (T_{2'} - T_1)$$

valutiamo i *rendimenti adiabatici* della turbina e del compressore:

$$\eta_T = \frac{L_{rT}}{L_{limT}} = \frac{\hat{h}_3 - \hat{h}_{4'}}{\hat{h}_3 - \hat{h}_4} = \frac{c_p (T_3 - T_{4'})}{c_p (T_3 - T_4)} \cong \frac{(T_3 - T_{4'})}{(T_3 - T_4)}$$

$$\eta_C = \frac{L_{limC}}{L_{rC}} = \frac{\hat{h}_2 - \hat{h}_1}{\hat{h}_{2'} - \hat{h}_1} = \frac{c_p (T_2 - T_1)}{c_p (T_{2'} - T_1)} \cong \frac{(T_2 - T_1)}{(T_{2'} - T_1)}$$

dove, con la notazione di comodo:

$$L_{idT} \cong L_{lT} \cong L_T$$

$$L_{idC} \cong L_{lC} \cong L_C$$

possiamo scrivere

$$L_{rT} = \eta_T c_p (T_3 - T_4) = \eta_T L_T$$

$$L_{rC} = \frac{c_p (T_2 - T_1)}{\eta_C} = \frac{L_C}{\eta_C}$$

Ricordando il *rendimento interno* del ciclo,  $\eta_i$ , ci conviene valutare il rendimento interno  $\eta_i$  dell'impianto e calcolare,  $\eta_r$  come prodotto:

$$\eta_r = \eta_i \cdot \eta_\ell \quad \text{sapendo che} \quad \eta_i \approx \eta_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^\varepsilon}$$

per cui:

$$\eta_i = \frac{\eta_r}{\eta_\ell} = \frac{L_{rT} - L_{rC}}{L_T - L_C} \cdot \frac{Q_1}{Q_{1r}}$$

dove

$$\eta_\ell = \frac{L_T - L_C}{Q_1} \quad \text{ed} \quad \eta_r = \frac{L_{rT} - L_{rC}}{Q_{1r}}$$



e pertanto

$$\frac{Q_1}{Q_{1r}} = \frac{c_p(T_3 - T_2)}{c_p(T_3 - T_{2'})} = \frac{T_3 - T_2}{T_3 - T_{2'}} = \frac{T_3/T_1 - T_2/T_1}{T_3/T_1 - T_{2'}/T_1} = \frac{\tau - \beta^\varepsilon}{\tau - \frac{T_{2'}}{T_1}}$$

dato che

$$T_{2'} - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} \Rightarrow T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} \Rightarrow \frac{T_{2'}}{T_1} = 1 + \frac{\beta^\varepsilon - 1}{\eta_C}$$

in definitiva possiamo individuare una grandezza  $\Theta$ :

$$\Theta = \frac{Q_1}{Q_{1r}} = \frac{\tau - \beta^\varepsilon}{\tau - 1 - \frac{\beta^\varepsilon - 1}{\eta_C}} > 1$$

che non riveste notevole importanza ai nostri fini essendo poco variabile (ed è dell'ordine di 1,05).

Si ha anche:

$$\frac{L_{rT} - L_{rC}}{L_T - L_C} = \frac{\eta_T L_T - L_C / \eta_C}{L_T - L_C} = \frac{1}{\eta_C} \cdot \frac{\eta_C \eta_T L_T - L_C}{L_T - L_C} = \frac{1}{\eta_C} \cdot \frac{\eta_C \eta_T - L_C / L_T}{1 - L_C / L_T} = \frac{1}{\eta_C} \cdot \left[ 1 - \frac{1 - \eta_C \eta_T}{1 - L_C / L_T} \right]$$

e possiamo valutare:

$$\frac{L_C}{L_T} = \frac{c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_4)} \cong \frac{T_2/T_1 - 1}{T_3/T_1 - T_4/T_1} = \frac{\beta^\varepsilon - 1}{\tau - \frac{\tau}{\beta^\varepsilon}} = \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}$$

facendo ovviamente un'approssimazione discutibile, soprattutto per impianti con  $\tau$  elevato, nel porre  $c_{p12} \cong c_{p34}$ , essendo le temperature medie della compressione e dell'espansione molto diverse tra loro.

In questo modo  $\eta_i$  può esprimersi in funzione dei soli parametri caratteristici dell'impianto

$$\eta_i = \Theta \cdot \frac{1}{\eta_C} \left[ 1 - \frac{1 - \eta_C \eta_T}{1 - \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}} \right]$$

questo risultato ci permette di affermare che è  $\eta_i > 0$  (ovvero  $\eta_r > 0$ ) se è:  $\eta_C \eta_T > \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}$ .

Se fosse  $\eta_i < 0$ , si avrebbe anche  $\eta_r < 0$  ovvero  $L_{rT} < L_{rC}$  e se fosse  $\eta_C \eta_T = \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}$ , l'impianto non produrrebbe potenza utile perché il lavoro prodotto dalla Turbina sarebbe completamente assorbito dal Compressore ( $\eta_i = 0$ ).

Il conseguimento della disequaglianza  $\eta_C \eta_T > \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}$  ha impegnato per diversi decenni i tecnici che si

occupavano dello sviluppo industriale delle turbine a gas; si ottenevano rapporti  $\frac{\beta^\varepsilon}{\tau}$  particolarmente elevati

solo perchè si avevano valori bassi di  $\tau$  ( $\cong 3,3$ ); bisognava quindi diminuire  $\beta$  e, pertanto, si poteva disporre di un limitato *lavoro specifico*; si impegnavano quindi, per ottenere una certa potenza, le portate più elevate possibile.

Negli anni '30 - '60 si è cercato essenzialmente di innalzare le prestazioni dell'impianto migliorando i rendimenti della Turbina e, soprattutto, del Compressore (infatti è più facile espandere con elevato *rendimento adiabatico* un fluido aeriforme che comprimerlo; è opportuno ricordare che per la compressione  $L_r = L_s + L_{cR} + L_p$  mentre per l'espansione  $|L_r| = |L_s| - (L_p - L_R)$ ).

Si assiste, allora, a seguito di sviluppi teorici e pratici (teoria alare, perfezionamento dei materiali resistenti alle elevate temperature, ecc.) alla nascita e allo sviluppo del Compressore Assiale industriale, che sostituisce quello centrifugo e lo soppianta, soprattutto per le applicazioni delle taglie elevate, grazie alle enormi portate smaltibili ed ai rendimenti prestigiosi conseguibili.

Attualmente si ha, per impianti di notevoli dimensioni e di tecnologia mediamente avanzata,  $\tau \cong 4,3$  ( $t_3 = 1.000 \text{ }^\circ\text{C}$ ) ed  $\eta_C, \eta_T \cong 0,88 \div 0,90$ .

Calcoliamo, in *sede reale*, il *lavoro specifico*:

$$L_r = L_{rT} - L_{rC} = \eta_T L_T - \frac{L_C}{\eta_C} = \eta_T c_p (T_3 - T_4) - c_p (T_2 - T_1) / \eta_C$$

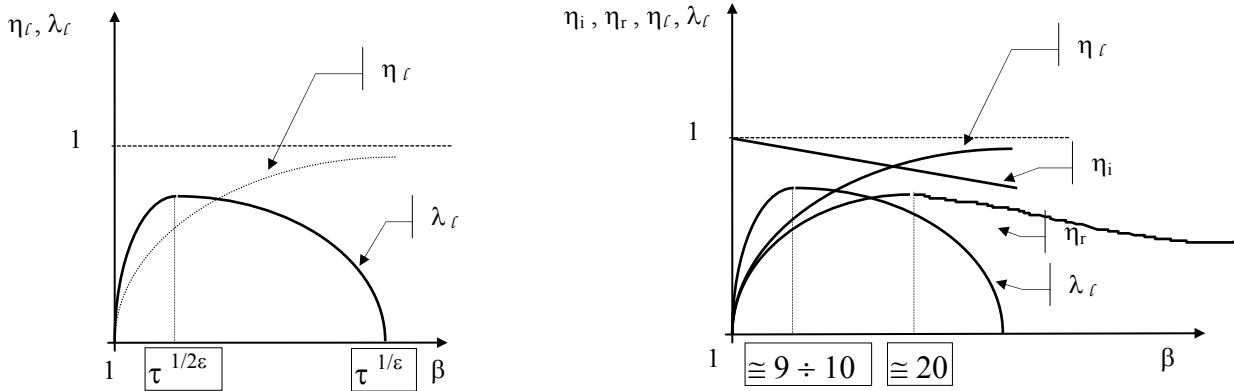
e, quindi, il *lavoro specifico normalizzato*

$$\lambda_r = \frac{L_r}{c_p T_1} = \eta_T \left( \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_4}{T_1} \right) - \frac{\left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)}{\eta_C} = \eta_T \left( \tau - \frac{\tau}{\beta^\varepsilon} \right) - \frac{(\beta^\varepsilon - 1)}{\eta_C}$$

se prefissiamo un certo valore di  $\tau$ , imponendo:

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial \beta} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \beta = (\tau \eta_C \eta_T)^{\frac{1}{2\varepsilon}} \quad \text{troviamo il valore di } \beta \text{ corrispondente al massimo lavoro specifico}$$

Ricordiamo, per comodità di studio, i diagrammi di  $\eta_\ell$  e di  $\lambda_\ell$  al fine di confrontarli con quelli riferiti al *ciclo reale*



e ricordiamo anche che  $\eta_r = \eta_i \eta_\ell$  : segue 
$$\eta_r = \left(1 - \frac{1}{\beta^\varepsilon}\right) \cdot \frac{\Theta}{\eta_c} \left[ 1 - \frac{1 - \eta_c \eta_T}{1 - \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}} \right]$$

A questo punto è opportuno fare un esempio numerico, fissando le seguenti grandezze:

$$\begin{cases} T_1 = 300 \text{ K} \\ T_3 = 1250 \text{ K} \\ \eta_c = 88 \% \\ \eta_T = 90 \% \end{cases} \quad (\tau = 4,17)$$

che, sostituiti nelle formule

$$\eta_\ell = \left(1 - \frac{1}{\beta^\varepsilon}\right); \quad \eta_i = \frac{\Theta}{\eta_c} \left[ 1 - \frac{1 - \eta_c \eta_T}{1 - \frac{\beta^\varepsilon}{\tau}} \right] \quad \text{consentono di valutare} \quad \begin{cases} \eta_\ell = 0,447 \\ \eta_i = 0,75 \end{cases} \quad \underline{\underline{\eta_r = 0,335}}$$

Si ha, poi, in *sede limite* che  $\lambda_\ell$  è max per  $\beta \approx 14$  e  $\eta_\ell$  è monotono crescente con  $\beta$   
mentre, in *sede reale*  $\lambda_r$  è max per  $\beta \approx 9$  e  $\eta_r$  è max per  $\beta \approx 18 \div 20$ .

La perdita di rendimento nel passaggio dal  $\beta$  per  $\eta_{r \max}$  al  $\beta$  per  $\lambda_{r \max}$  non è molto elevata e ciò perché la pendenza della curva di  $\eta_r$  è, a cavallo del punto di massimo, molto modesta; ciò è importante perché il tecnico deve scegliere il valore di  $\beta$  giungendo ad un compromesso tra due valori di  $\beta$  che sono molto diversi tra loro.

In definitiva, il progettista sceglie un  $\beta$  molto più vicino a quello di massimo  $\lambda_r$  che a quello di massimo  $\eta_r$ , sia perché la conseguente perdita di rendimento è modesta sia perché il dimensionamento di un impianto caratterizzato da un  $\lambda_r$  elevato è molto più economico. Se, infatti, il lavoro  $L_r$  è elevato, a parità di potenza  $P_r$  di progetto da installare, la portata di fluido  $M$  sarà minore, essendo ovviamente:

$$P_r = M L_r$$

Ad una minore portata in massa corrisponderà un impianto di dimensioni più contenute e quindi meno ingombrante, meno pesante e certamente più economico in termini di oneri di investimento.

Ricordiamo sempre che, per qualsiasi impianto motore e indipendentemente dal tipo (a vapore, a gas, combinato, idraulico etc.), elevato  $\eta_r$  significa conveniente economia di esercizio ed elevato  $\lambda_r$  significa conveniente economia di investimento.

I moderni impianti a gas, sofisticati e di notevole potenza, hanno rendimenti intorno al 30%, ben inferiori a quelli degli impianti a vapore con rigenerazione e doppio surriscaldamento, che possono raggiungere il 41%. Il minore rendimento degli impianti a gas è, poi, aggravato, nel caso di impianti a circuito aperto<sup>4</sup>, dal maggiore costo dei combustibili impiegati per salvaguardare la durata d'esercizio dell'impianto stesso; il basso rendimento è dovuto, principalmente, all'elevata potenza consumata dal Compressore, a spese di quella erogata dalla Turbina (contrariamente a quanto accade per le pompe presenti in un impianto a vapore che richiedono solo alcuni % della potenza erogata dalla turbina).

Con riferimento al piano (T-S) o al piano (h-S) consideriamo un esempio numerico per sottolineare questo ultimo aspetto.

I lavori reali della turbina e del compressore sono

$$L_{rT} = c_p (T_3 - T_{4'}) = \eta_T c_p (T_3 - T_4)$$

$$L_{rC} = c_p (T_{2'} - T_1) = \frac{c_p (T_2 - T_1)}{\eta_C}$$

se  $c_p = 0,26$  [Kcal/kg K],  $c_v = 0,19$  [Kcal/kg K] e, quindi,  $k = c_p/c_v = 1,38$ , il rapporto tra i lavori del Compressore e della Turbina sarà

$$\frac{L_{rC}}{L_{rT}} = \frac{2}{4,88} = 0,58$$

se, in conformità con i dati di un esempio precedente, si hanno i valori delle temperature

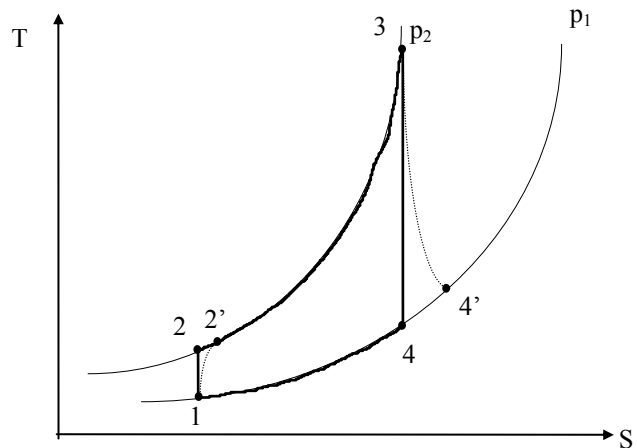
$$\begin{cases} T_2 = 549 \text{ K} \\ T_{2'} = 583 \text{ K} \\ T_{4'} = 762 \text{ K} \end{cases}$$

Risulta che il Compressore assorbe circa il 60% del lavoro prodotto dalla Turbina; così pure se si considera il rapporto tra le potenze si vede anche che

$$\frac{P_{rC}}{P_{rT}} = \frac{M_C L_{rC}}{M_T L_{rT}}$$

dove, per un circuito chiuso  $M_C / M_T = 1$ , mentre per uno aperto  $M_C / M_T = \alpha / (\alpha + 1) \cong 0,98$ .

In questo ultimo caso, pur avendosi un leggero "sconto" sul rapporto  $\frac{L_{rC}}{L_{rT}}$ , tale rapporto rimane del medesimo ordine di grandezza.

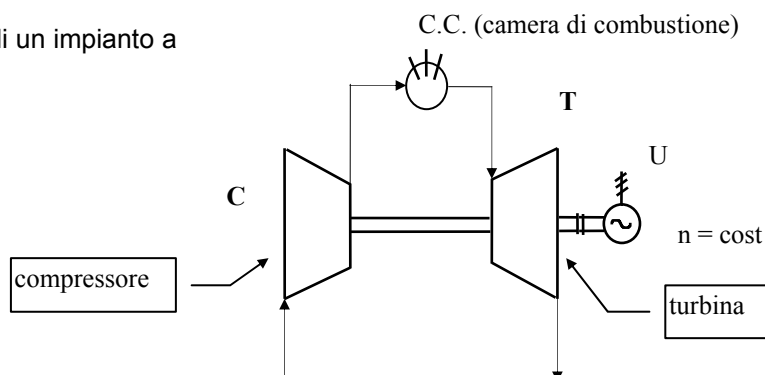


<sup>4</sup> Ovvero a combustione interna. La camera di combustione e la turbina risentono degli effetti dannosi dei gas combusti, per la presenza del Vanadio. Si tratta, quindi, di una scelta onerosa per quanto concerne i costi d'esercizio.

## REGOLAZIONE DELLA POTENZA

Vediamo come sia possibile regolare la potenza erogata da un impianto a gas, limitandoci a considerare gli impianti caratterizzati da utenze a giri costanti utilizzati, come avviene nei gruppi per produzione di energia elettrica.

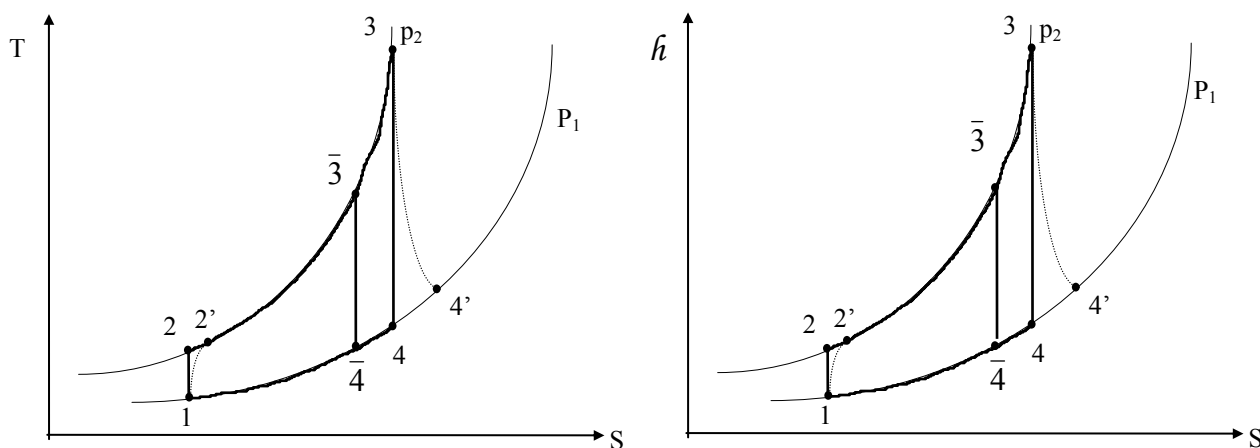
Consideriamo lo schema di un impianto a combustione interna



per regolare la potenza esistono due possibilità:

- a) si può variare la portata di aria al Compressore (mantenendo costate la velocità di rotazione, perché l'alternatore deve ruotare a velocità costante) in due modi:
  - 1) strozzando con una valvola il flusso di aria aspirato dal compressore (introducendo gravi perdite fluidodinamiche);
  - 2) regolando, con tecnologie sofisticate, l'orientamento delle palettature statoriche (e talvolta rotoriche) del Compressore (variazione del calettamento delle pale); con questo metodo, contrariamente a quello del punto 1), si interviene sulla portata senza penalizzare considerevolmente il rendimento del Compressore.  
Questo tipo di regolazione può applicarsi convenientemente durante i transitori di avviamento e di spegnimento dell'impianto, ma non consente una regolazione di potenza per elevati campi di variazione, quali quelli richiesti spesso dall'andamento del carico in rete.
- b) si può variare il rapporto aria/combustibile ( $\alpha$ ), mediante variazione della portata di combustibile introdotta in camera di combustione mantenendo inalterata quella dell'aria al compressore.

È opportuno esaminare questa ipotesi sia nel piano (T-S) che in quello ( $\bar{h}$ -S)

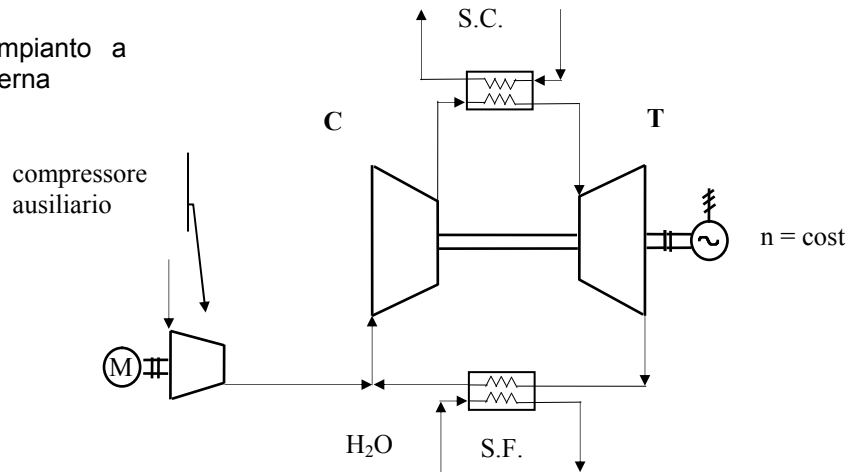


a seguito della regolazione b) si ha un abbassamento delle temperature  $T_3$  e  $T_4$  (che assumeranno i valori  $T_{\bar{3}}$  e  $T_{\bar{4}}$ ) per l'espansione in turbina; evidentemente la riduzione della  $T_4$  è una conseguenza della riduzione della  $T_3$  che comporta una riduzione del salto entalpico in Turbina, infatti  $(\bar{h}_{\bar{3}} - \bar{h}_{\bar{4}}) < (\bar{h}_3 - \bar{h}_4)$ ; tale riduzione si verifica ovviamente anche in sede reale.

Questo metodo di regolazione è estremamente semplice ed economico; tuttavia, il rendimento adiabatico della turbina diminuirà perchè diminuirà la velocità  $c$  del fluido in ogni stadio della Turbina a seguito della riduzione del salto entalpico (la velocità di rotazione della Turbina, invece, deve rimanere costante). Per quanto concerne il compressore tutto rimane invariato.

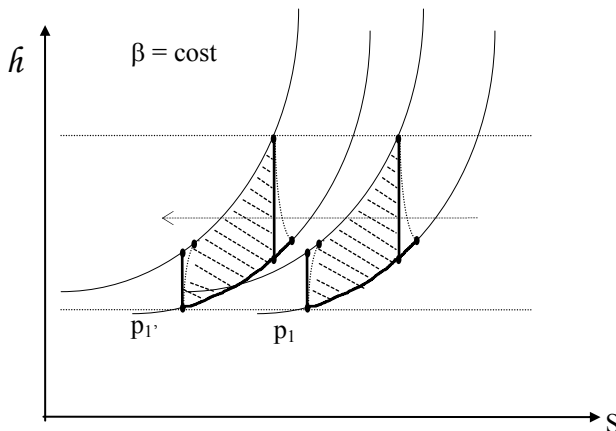
La diminuzione del rendimento adiabatico della turbina, dovuta alla variazione, nei suoi stadi, del rapporto  $u/c_1$  ( $u$  = velocità periferica della turbina,  $c_1$  = modulo della velocità del fluido all'ingresso nel rotore) comporterà una riduzione del rendimento interno dell'impianto.

Consideriamo, adesso, un impianto a circuito chiuso, a combustione esterna



La regolazione della potenza, in un impianto di questo tipo, si presenta particolarmente interessante perché, variando la portata di combustibile nel circuito esterno possiamo regolare la potenza erogata variando contemporaneamente la portata del fluido motore che circola all'interno dell'impianto, grazie alla modulazione della pressione di base  $p_1$ . Questa regolazione si effettua introducendo un compressore ausiliario, azionato da un proprio motore, con il doppio compito di compensare le perdite di fluido attraverso le tenute dell'impianto e di modulare nel contempo la pressione d'ingresso  $p_1$ .

Sul piano ( $\hat{h} - S$ ) si avrà, semplicemente, una traslazione del ciclo (su un “binario” orizzontale) al variare della  $p_1$



Notare il “comportamento” del ciclo in fase di regolazione dell’impianto senza alterazione della sua geometria (il ciclo trasla orizzontalmente nel piano ( $h, S$ ))

$$p_1 v_1 = p_1 / \rho_1 = RT_1$$

Modificando  $p_1$  varia proporzionalmente, a parità di  $T_1$ ,  $\rho_1$  e, quindi, la portata massica  $M$  ovvero la Potenza (le velocità non sono teoricamente alterate, poiché non si modificano le temperature e quindi i salti entalpici)

Con questo tipo di regolazione la Turbina non subisce, teoricamente, perdite di rendimento in fase di regolazione. La regolazione è, in altre parole, teoricamente a rendimento di impianto costante. Questo metodo è, dunque, estremamente vantaggioso rispetto a quello che si otterrebbe agendo esclusivamente su  $\alpha$ : rimane inalterata la geometria del ciclo ovvero i salti entalpici e poiché non varia la velocità del fluido, si mantengono costanti sia  $\eta_T$  che  $\eta_C$ . Il Rendimento reale del Ciclo rimane pertanto invariato.

Va aggiunto, tuttavia, che anche se la regolazione, attraverso  $\alpha$ , degli impianti a circuito aperto non è una regolazione a rendimento costante, la penalizzazione di rendimento non è di entità molto grave. Ciò è dovuto al fatto che il compressore consuma circa il 60% della potenza prodotta dalla turbina; di conseguenza, per regolare ad es. la potenza utile al 50% della potenza nominale, sarà sufficiente diminuire la potenza della turbina (e quindi il suo salto entalpico) di un solo 15 ÷ 20%, il che comporterà variazioni, contenute entro certi limiti, delle velocità  $c_1$  del fluido e quindi dei rapporti  $u/c_1$  ottimali ai fini del rendimento della turbina (e quindi anche dell’impianto).

## VALUTAZIONE GLOBALE DEGLI IMPIANTI A GAS

Vantaggi degli impianti a circuito aperto:

- 1) assenza di acqua di raffreddamento (impianto anidro);
- 2) maggiore semplicità e minori costi di investimento (la camera di combustione è meno “delicata” e costosa dello scambiatore caldo e lo scambiatore freddo è assente);

Vantaggi degli impianti a circuito chiuso:

- 1) migliore possibilità di regolazione della potenza (a rendimento costante);
- 2) poiché la combustione è esterna gli organi dell'impianto (in particolare la Turbina) non sono soggetti ad aggressione chimica (minori costi di esercizio e manutenzione);
- 3) il combustibile può essere meno pregiato, e quindi meno costoso, in quanto i gas combusti non investono il circuito percorso dal fluido motore (combustione esterna);
- 4) l'impianto a circuito chiuso, in quanto tale, può essere realizzato per funzionare con gas alternativi (anche costosi) all'aria: ad es. si possono usare gas triatomici, come  $\text{CO}_2$ , nell'intento di elevare – a parità di temperature del ciclo – il *lavoro specifico* grazie al maggiore  $c_p$  del gas; oppure si può usare un gas monoatomico, caratterizzato da  $K$  e quindi  $\varepsilon$  più elevato, a favore di un maggior rendimento dell'impianto.

Il 1° tipo d'impianto ha conseguito da molti decenni un vero e proprio decollo industriale; il 2° tipo è invece poco impiegato, e limitatamente a impianti di piccola potenza, perché i costi di realizzazione sono molto elevati ma anche per motivi dovuti alle tradizioni industriali del settore.

La potenza di un impianto a gas si può indicare come

$$P = M \cdot \Delta H_{\text{utile}}$$

in particolare

$$P \cong M \cdot (\Delta H)_{T_r} - M \cdot (\Delta H)_{C_r} = M \cdot (\Delta H)_{T_s} \eta_T - M \cdot (\Delta H)_{C_s} \cdot \frac{1}{\eta_c}$$

mentre in un impianto a vapore, se si trascura la potenza assorbita dalle P.A. e P.E., si ha:

$$P \cong M \cdot (\Delta H)_{T_r} = M \cdot (\Delta H)_{T_s} \eta_T$$

A parità di portata il rapporto tra le potenze installate è dato dal rapporto dei  $\Delta H$  che possiamo esprimere

approssimativamente con:

$$\Delta H = c_p \Delta T$$

Ricordando che  $\frac{c_{p \text{ vap}}}{c_{p \text{ aria}}} \cong \frac{1}{0,5} = 2$  e, tenendo conto che solo il 40% della potenza della

Turbina a gas è utilizzata dall'alternatore, perché il 60% viene assorbito dal Compressore, e che il  $\Delta T$  in turbina è dello stesso ordine di grandezza (circa 500 °C), si ha:

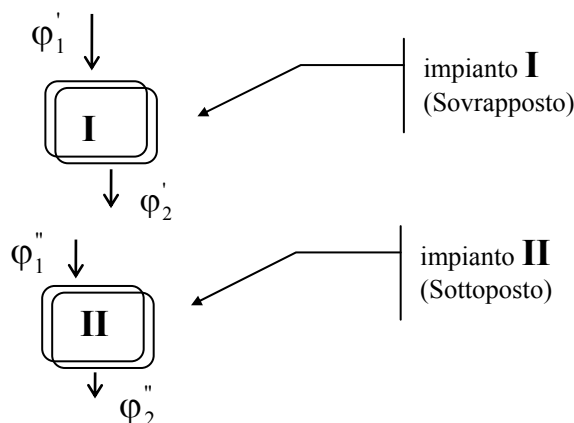
$$\frac{P_{\text{gas}}}{P_{\text{vap}}} = 0,5 \times 0,4 = 0,2$$

Ciò giustifica come le maggiori taglie dei grandi impianti a vapore siano dell'ordine dei 500÷1000 MW mentre quelle delle turbine a gas siano ordinariamente dell'ordine dei 100÷200 MW.



## IMPIANTI COMBINATI

Da diversi decenni si è sviluppata la tecnologia degli impianti di potenza di *tipo combinato*, nei quali si utilizza il calore di scarico di un impianto, disponibile a temperatura sufficientemente elevata, per essere sfruttato, ai fini di alimentare un impianto sottoposto. Si hanno, cioè, due impianti tra loro termicamente connessi. Astruendo, per ora, dall'effettiva costituzione, possiamo schematizzare un impianto combinato nel seguente modo, dove con  $\varphi$  si intendono le potenze termiche:



Gli impianti combinati possono essere di due tipologie diverse a) e b):

tipo a) se  $\varphi_2' = \varphi_1''$  (l'intero fabbisogno di potenza termica dell'impianto sottoposto è fornito dall'impianto sovrapposto)

tipo b) se  $\varphi_1'' = \varphi_2' + \Delta\varphi$  dove  $\Delta\varphi$  è fornito dall'esterno all'impianto sottoposto.

Gli impianti di potenza combinati hanno prestazioni di tipo diverso a seconda che siano di tipo a) oppure b).

Nel 1° caso possiamo scrivere che  $\eta_I = 1 - \frac{\varphi_2'}{\varphi_1'}$  ed  $\eta_{II} = 1 - \frac{\varphi_2''}{\varphi_1''}$

mentre le perdite di rendimento saranno

$$\theta_I = 1 - \eta_I = \frac{\varphi_2'}{\varphi_1'} \quad \text{e} \quad \theta_{II} = 1 - \eta_{II} = \frac{\varphi_2''}{\varphi_1''}$$

ed il rendimento dell'impianto combinato è

$$\eta = 1 - \frac{\varphi_2''}{\varphi_1'}$$

mentre la perdita di rendimento è

$$\theta = 1 - \eta = \frac{\varphi_2''}{\varphi_1'} \cdot \frac{\varphi_1''}{\varphi_1''} \quad \text{e poichè} \quad \varphi_2' = \varphi_1'' \quad \text{si avrà} \quad \theta = \theta_I \theta_{II}$$

$$\text{e, quindi,} \quad (1 - \eta) = (1 - \eta_I) \cdot (1 - \eta_{II}) \quad \text{ovvero} \quad \eta = \eta_I + \eta_{II} - \eta_I \eta_{II}$$

Per fare un esempio possiamo considerare

$\eta_I = 0,30$  (impianti a gas attuali)

$\eta_{II} = 0,40$  (impianti a vapore attuali)

segue che  $\eta = 0,30 + 0,40 - (0,30 \times 0,40) = 0,58$  risultato assai lusinghiero !

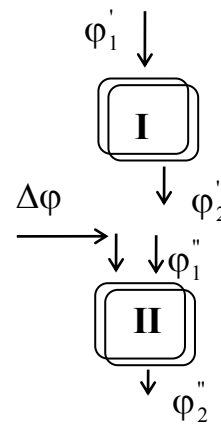
Esaminiamo ora gli impianti di tipo b)

se  $\varphi_1'' = \varphi_2' + \Delta\varphi$

possiamo scrivere, come può facilmente verificarsi:

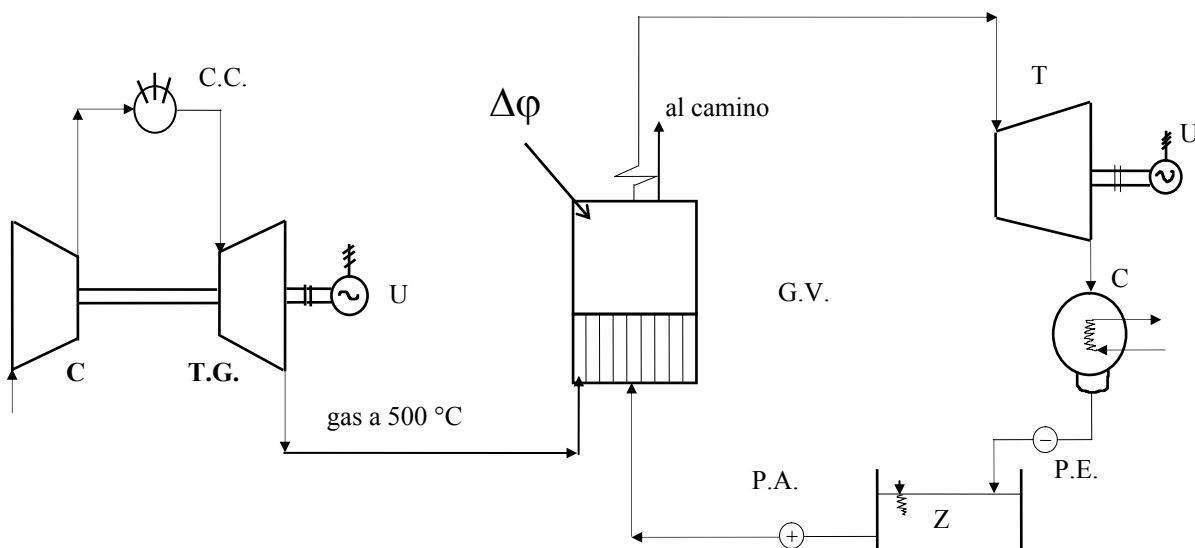
$$(1 - \eta) = \left(1 - \frac{\eta_I}{\mu}\right)(1 - \eta_{II})$$

dove si è posto  $\mu = \frac{\varphi_1' + \Delta\varphi}{\varphi_1'} > 1$



Negli anni '50 sono stati realizzati impianti combinati, assimilabili approssimativamente al tipo a), sovrapponendo due impianti binari a vapore i quali utilizzavano due diversi fluidi (acqua inferiormente e mercurio superiormente). Questi impianti non ebbero un grande sviluppo. Gli impianti di tipo b) sono decisamente più interessanti, soprattutto nel caso, di gran lunga il più importante sul piano applicativo, di un impianto a gas sovrapposto ad impianto a vapore.

Lo schema che si può concepire, nella versione più semplice, con valenza più didattica che industriale, è il seguente



Il G.V. può essere, essenzialmente, di tre tipi:

- 1) caldaia a recupero semplice (senza post-combustione): funziona esclusivamente con i gas di scarico della Turbina dell'impianto sovrapposto per produrre vapore surriscaldato a temperatura moderata;
- 2) caldaia con post-combustione, in cui il vapore surriscaldato viene prodotto a temperatura più elevata in virtù della somministrazione del  $\Delta\varphi$ ;
- 3) la caldaia non è a recupero, ma un "classico" G.V. per grandi impianti dove il gas di scarico della turbina a gas assume il ruolo di aria fortemente preriscaldata ( $> 500\text{ °C}$ ).

Impianti di questo tipo possono raggiungere, a seguito di accurate progettazioni ottimizzate, rendimenti dell'ordine del 50% e talvolta superiori.

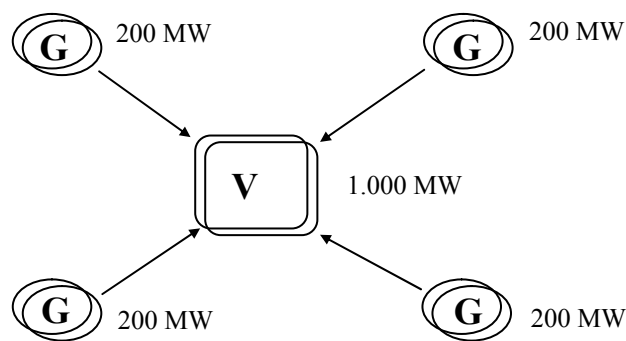
Nel caso di impianti combinati non progettati ex-novo ma costituiti dal ripotenziamento (repawering) di impianti a vapore arricchiti con gruppo turbogas sovrapposto, i rendimenti termodinamici conseguiti sono di regola più modesti e possono, in particolare, superare di pochi punti % il rendimento del singolo impianto a vapore originario.

In questi casi l'impianto è quasi sempre del tipo a combustione integrativa per garantire che il **G.V.** abbia l'apporto energetico adeguato agli scambi di calore coerenti col progetto originario.

L'operazione di repawering è comunque molto utile, a parte le considerazioni sul guadagno di rendimento, soprattutto nelle zone in cui si abbia richiesta di maggiore potenza installata senza variare significativamente l'area occupata dalla centrale.

I particolari oneri progettuali e realizzativi sono dovuti alla regolazione della potenza.

Fra le diverse soluzioni impiantistiche studiate in passato, si ha quella a struttura "stellare".



Nell'esempio schematizzato abbiamo a che fare con potenze molto elevate e la regolazione si può effettuare spegnendo uno o più impianti a gas e regolando uno di quelli funzionanti, conseguendo una regolazione fine della potenza dell'impianto globale.

L'onere costruttivo di un impianto di questo tipo è assai elevato e vi è, poi, un grave problema di interfacciamento. Il problema principale è rappresentato dalla Caldaia d'interfaccia per la quale sarebbe conveniente uno sfruttamento ottimale dei gas di scarico in ogni condizione di esercizio.

Modernamente, gli schemi impiantistici sono prevalentemente di due tipi. Il primo è monoalbero ed è il più rigido ai fini della regolazione, poiché la consente solo entro campi limitati di carico, agendo contemporaneamente sulla T.G. e sulla T.V. attraverso il generatore elettrico. Il secondo è invece a più alberi, uno dedicato alla T.V. ed uno o più dedicati ai gruppi a gas, spesso organizzati in banchi ad inserzione progressiva per garantire diversi livelli di potenza; in taluni casi una delle T.G. è del tipo bialbero, con o senza post-combustione, per garantire una regolazione fine con mantenimento di elevato rendimento e con notevole flessibilità operativa.

## IMPIANTI COGENERATIVI

Esaminiamo, adesso, gli **IMPIANTI COGENERATIVI**, che sono impianti motori termici non solo destinati alla produzione di potenza meccanica ma anche, in parte, di potenza termica.

In generale, per il bilancio di un impianto motore destinato alla sola produzione di potenza, si ha una perdita di rendimento

$$1 - \eta = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}; \quad L = Q_1 - Q_2; \quad P = \varphi_1 - \varphi_2$$

dove la generica  $\varphi$  è una potenza termica, ovvero il calore scambiato nell'unità di tempo.

In questo tipo di impianto si utilizza anche la potenza termica rilasciata dal fluido, se la sua temperatura è sufficientemente elevata, per alimentare una utenza termica (industriale, civile o terziaria).

Qualora si potesse sfruttare interamente  $\varphi_2$  si raggiungerebbe un “*rendimento economico*”  $\eta_{ec}$  unitario, quindi, se con  $P$  si indica la Potenza meccanica

$$\eta_{ec} = \frac{P + \varphi_2}{\varphi_1} \cong 1$$

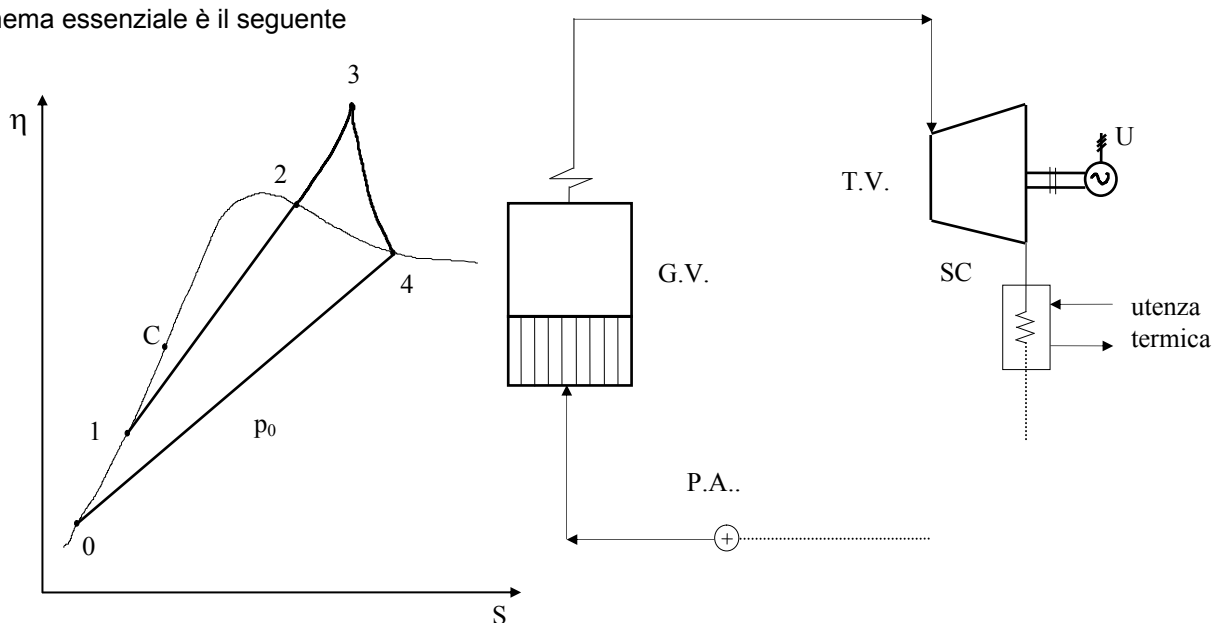
In pratica sarà  $\eta_{ec} = \frac{P + \xi\varphi_2}{\varphi_1} \cong 1$        $\xi$  è la frazione di  $\varphi_2$  utilizzata.

La classe degli impianti cogenerativi a vapore d'acqua comprende due tipologie classiche:

- a) impianti a contropressione;
- b) impianti a condensazione con spillamento/i controllato/i.

Un impianto a contropressione è un classico impianto a vapore, funzionante secondo il Ciclo di Hirn, nel quale la condensazione del vapore avviene ad una pressione superiore a quella atmosferica.

Lo schema essenziale è il seguente



e perché l'impianto sia economicamente valido deve essere  $\frac{P}{\varphi_2} < 0,2 \div 0,3$ .

Le specifiche di progetto sono:  $t_v$ , la temperatura alla quale è richiesto il vapore, la potenza termica  $\varphi_2$ , la potenza meccanica  $P$  in funzione delle esigenze dell'utenza termica.

Dalla  $\varphi_2 = M(H_4 - h_0) \cong Mr_0$

è possibile determinare la portata in massa di vapore necessaria.

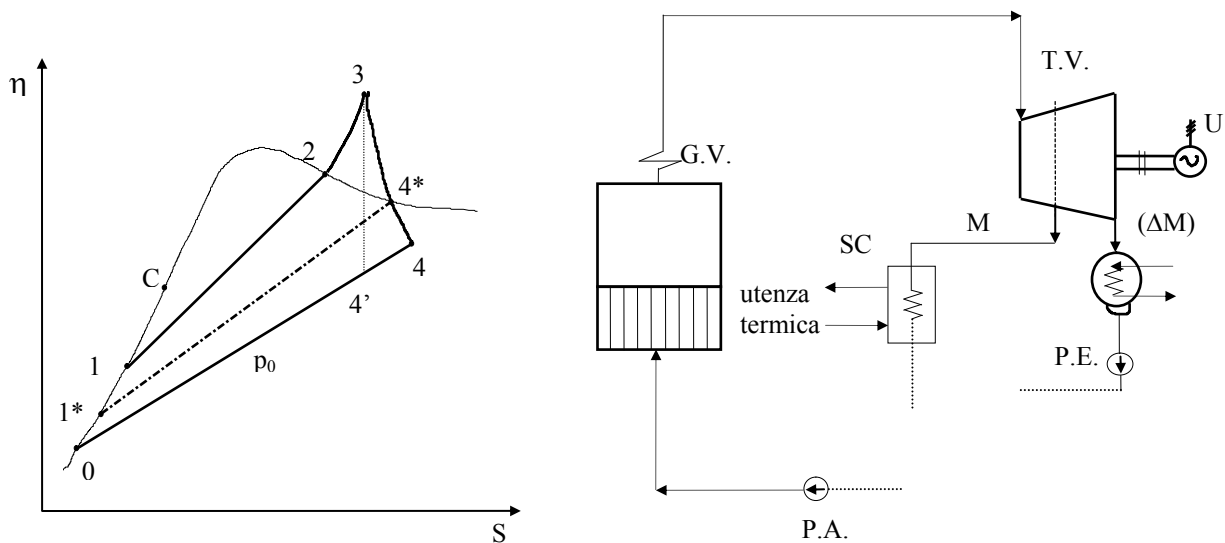
Infine, essendo:  $P = M (\Delta H_T)_s \eta_T$

è possibile ricavare il salto entalpico isoentropico della turbina  $(\Delta H_T)_s$ , preventivandone il rendimento in linea con la taglia dell'impianto. Il  $(\Delta H_T)_s$  così valutato potrà condurre a temperature  $T_3$  non accettabili, ovvero troppo elevate ai fini di contenere i costi dei fasci tubieri più caldi (surriscaldatore).

Ciò avviene solitamente per rapporti  $\frac{P}{\varphi_2} > 0,2 \div 0,25$ ; il valore specifico di soglia dipende dalla max  $T_3$

tollerata (450÷550 °C) e dalla taglia dell'impianto (in funzione della quale può preventivarsi  $\eta_T$  in linea con i dati commerciali disponibili). Se  $\frac{P}{\varphi_2}$  è troppo elevato, si può decidere di ridurre P aumentando la quota di

potenza elettrica acquistata dalla rete oppure – volendo non rinunciare alla soluzione “combinata” – optare per un impianto a condensazione + spillamento controllato, di cui si riporta uno schema essenziale.



Indicando ancora con  $M$  la portata all'utenza termica e  $\Delta M$  la portata non spillata (destinata al condensatore), si avrà:

$$P = (M + \Delta M)(H_3 - H_{4*}) + \Delta M(H_{4*} - H_4)$$

essendo  $M = \frac{\varphi_2}{r_{1*}} \quad (r_{1*} = H_{4*} - h_1)$

e  $\Delta M$  (calcolabile dalla formula di P) la portata destinata al condensatore. La portata  $\Delta M$  può venire calcolata in maniera da rispettare per  $T_3$  la desiderata soglia superiore.

L'impianto a condensazione + spillamento controllato consente di rispettare tutti i dati di progetto ( $t_v$ ,  $\varphi_2$ , P), ma richiede un onere di investimento elevato per la presenza del condensatore, oltre che dello scambiatore dedicato all'utenza termica.

Sul libro “Gli impianti convertitori d’energia” di C. Caputo l’allievo potrà trovare ulteriori elementi utili ai fini del progetto di massima di un impianto cogenerativi a vapore.

Diverse soluzioni cogenerative non a vapore, ma impieganti turbine a gas o MCI (motori a combustione interna), sono possibili. Nel caso delle T.G. si sfrutta, ai fini dell’utenza termica, il calore rilasciato allo scarico della turbina; nel caso del MCI si sfrutta sia il calore dei gas di scarico che quello dell’acqua di refrigerazione.

#### BREVE CENNO AGLI IMPIANTI COMBINATI-COGENERATIVI

Recentemente, gli impianti combinati si sono diffusi come impianti di potenza e servizio di impianti industriali (cementerie, cartiere, zuccherifici, impianti agroalimentari, etc.) dove, oltre all’energia elettrica, si ha necessità di calore e/o vapore di processo.

In tali casi, l’impianto a vapore presenta alcuni spillamenti che alimentano utenze, in genere, a media e bassa pressione, costituite da scambiatori di calore che producono acqua calda o surriscaldata per necessità di processo.

In questi impianti, il generatore di vapore a recupero (HRSG, Heat Recovery Steam Generator) è più complesso presenta circuiti del vapore a più livelli di pressione e l’impianto è, comunque, a condensazione. Una delle particolarità di questi impianti è costituita dal fatto che il funzionamento della parte cogenerative può essere stagionale e cioè riguardare solo alcuni periodi dell’anno. Durante il restante periodo, l’impianto produce solo energia elettrica.